UNIMAR - UNIVERSIDADE DE MARÍLIA
FEAT – FACULDADE DE ENGENHARIA, ARTQUITETURA E TECNOLOGIA

TOPOGRAFIA I

ANOTAÇÕES DE AULA

CARLOS EDUARDO TROCCOLI PASTANA

ÍNDICE

CORREÇÕES E SUGESTÕES
e-mail: pastana@flash.tv.br
telefone: 3422-4244
REVISADA EM 2005

CAPÍTULO 1

CONCEITOS GERAIS

1.1. – CONCEITOS GERAIS:

No nosso dia a dia, deparamos freqüentemente com situações nas quais é necessário determinar as posições relativas de pontos sobre a superfície, bem como suas representações através de plantas, mapas, cartas ou perfis.

Primeiramente, é importante o conhecimento do significado da palavra Mensuração. Etimologicamente, Mensuração é de origem latina, da palavra ***mensuratione***. Segundo o dicionário do Aurélio, a palavra Mensuração significa o ato de medir ou de mensurar. Mensuração terá um sentido amplo, onde designará ***a área de conhecimento humano que agrupa as ciências e as técnicas de medições, do tratamento e da representação dos valores medidos.***

O uso do termo Mensuração, tal como apresentado acima, não é de uso corrente entre os profissionais da área em nosso país. Na maioria das vezes, é freqüente o uso das palavras Agrimensura, Geodésia ou até mesmo Topografia. Estas palavras apresentam um significado um pouco restrito e fazem, simplesmente, partes da Mensuração. Apresenta-se a seguir algumas ciências e técnicas que fazem parte da Mensuração:

- Geodésia
- Topografia
- Cartografia
- Hidrografia
- Fotogrametria

O objetivo do nosso curso e a de realizar-se uma representação gráfica, em plantas, dos limites de uma propriedade com suas divisões internas e os detalhes que estão no seu interior (cercas, edificações, áreas cultivadas, benfeitorias em geral, rios, córregos, vales, espigões etc.), tornando-se necessário recorrer à TOPOGRAFIA.

Pode-se afirmar que a TOPOGRAFIA e a GEODÉSIA, apesar de terem os mesmos objetivos, apresentam diferenças quanto aos fundamentos matemáticos em que se fundamentam, ou seja, enquanto a TOPOGRAFIA apoia-se na trigonometria plana a GEODÉSIA apoia-se na trigonometria esférica.

1.1.1. GEODÉSIA:

É a parte da MENSURAÇÃO que tem por objetivo e estudo da forma e dimensão da terra. Levando em consideração a forma da Terra, a Geodésia desenvolve as soluções para transformar a superfície do elipsóide em uma superfície plana como a das cartas.

A GEODÉSIA (do grego *daiein*, dividir) é uma ciência que tem por finalidade a determinação da forma da terra e o levantamento de glebas tão grandes que não permitem o desprezo da curvatura da Terra. A aplicação da Geodésia nos levantamento topográficos é justificada quando da necessidade de controle sobre a locação de pontos básicos no terreno, de modo a evitar o acúmulo de erros na operação do levantamento.

No nosso curso não nos aprofundaremos no estuda da GEODÉSIA.

1.1.2 TOPOGRAFIA:

Etimologicamente, a palavra TOPOGRAFIA é de origem grega, onde ***topos*** indica lugar e ***graphein***, descrever. Significa, portanto, a descrição de um lugar. Logo, podemos definir classicamente a TOPOGRAFIA como sendo ***a ciência que estuda a representação detalhada de um trecho da Terra, sem levar em conta a curvatura resultante da esfericidade terrestre.***

Consiste, portanto, no conhecimento dos instrumentos e métodos que se destinam a efetuar a representação do terreno sobre uma superfície plana.

Não sendo a crosta terrestre uma superfície plana, a topografia supõe um plano horizontal, tangente a geóide, num ponto central à área a ser levantada, plano este onde são projetados todos os acidentes do terreno.

Esta superfície plana é chamada de PLANO TOPOGRÁFICO e é um plano perpendicular a direção vertical do lugar, isto é, à direção da gravidade. Sendo assim, adotando-se esta hipótese do plano topográficos do terreno serão projetados sobre o referido plano.

1.1.2.1 LIMITES DE APLICAÇÃO DA TOPOGRAFIA:

A hipótese do plano topográfico exige certa restrição no que se refere à extensão da área a ser levantada, uma vez que todas as medidas são realizadas partindo do princípio da Terra ser plana, ou seja, não considerando a sua curvatura. Deste modo, a adoção da hipótese do plano topográfico implica na substituição do arco a pela tangente, cometendo assim um erro, denominado de ***erro de esfericidade***.

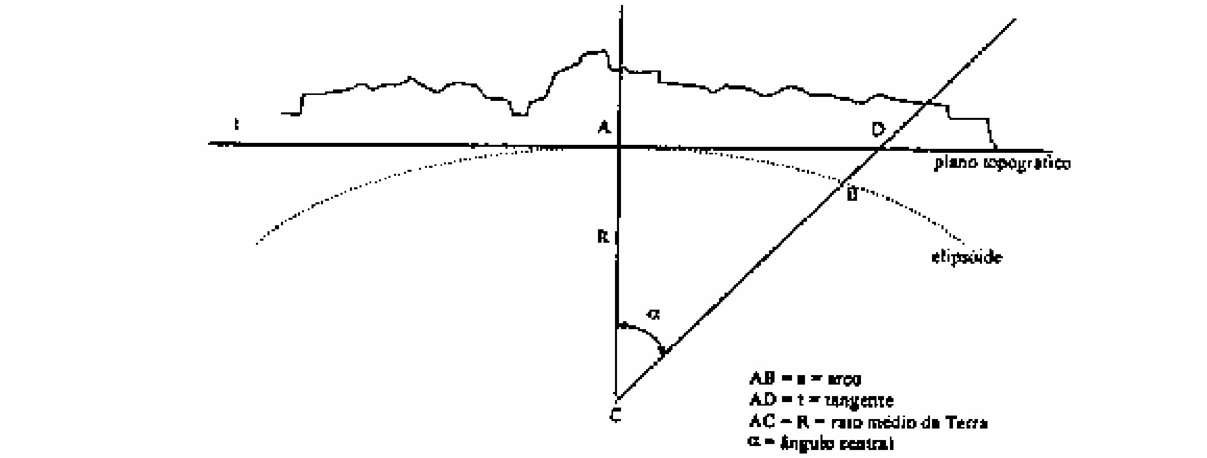
A tangente pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\boxed{t = R \times tg \propto} \qquad 1.1.2.1.a$$

E o arco pode ser calculado por:

$$\boxed{a = \frac{\pi \times R \times \propto}{180^o}} \qquad 1.1.2.1.b$$

Se levarmos em consideração o raio da terra, aproximadamente 6.371,00 km, podem-se dizer que para medidas de distâncias muito pequenas, seus valores medidos sobre a superfície esférica serão aproximadamente iguais àqueles medidos sobre um plano.



Adaptado de Segantine, Paulo – Notas de Aula de Topografia.

A tabela 1.1.2.1 apresenta os valores da tangente e do arco em função do ângulo central.

VALORES DE **α**	TANGENTE ***t*** (m)	ARCO ***a*** (m)	ERRO DE ESFERICIDADE (m)	ERRO RELATIVO APROXIMADO
5'	9.266,250	9.266,244	0,006	1:1.418.000
10'	18.532,540	28.532,488	0,052	1:354.000
15'	27.798,908	27.798,732	0,176	1:158.000
30'	55.598,875	55.597,463	1,412	1:39.000
1º	111.206,219	111.194,927	11,292	1:9.800
1,5º	166.830,506	166.792,390	38,116	1:4.300

TABELA 1.1.2.1

Teoricamente chegou-se a conclusão que o efeito da curvatura da terra nos levantamentos planimétricos, para um arco próximo de 10 km, o erro de esfericidade é de aproximadamente 6mm (0,006m), apresentando, neste caso, um erro relativo aproximado da ordem de um milionésimo (0,000.001), erro este que pode ser totalmente desprezível em Topografia.

Na prática, aceitam-se levantamentos que apresentem uma precisão relativa da ordem de 1:200.000, o qual se indica a adoção do raio do campo topográfico da ordem de 25 a 30 km. Acima destes limites não se recomenda o emprego dos métodos topográficos. Assim, conclui-se:

1. - Para levantamentos de grande precisão, deve-se dividir a área em triângulos com área menor que 40 km^2 e os seus lados não devem exceder 10 km;
2. – Para serviços de normal precisão, pode-se limitar a área cuja planta pode-se levantar, a um círculo de aproximadamente 50 km de raio;
3. – Nos casos de levantamentos para estudos de construção de estradas, linha de transmissão de energia elétrica, onde o comprimento excede em muito a largura, isto é, representando uma estreita faixa da superfície

terrestre, as operações topográficas não estão sujeitas a limites, e podem estender-se indefinidamente;

4. Sem medo de cometer exageros, pode-se afirmar que a Topografia pode encaixar-se dentro de todas as atividades da Engenharia, Arquitetura e Urbanismo, Geologia, etc., pois, de uma forma ou de outra, é tida como básica para os estudos necessários, quando da construção de uma via (rodovia ou ferrovia), uma ponte, uma barragem, um túnel, uma linha de transmissão de força, uma grande indústria, uma edificação, um conjunto habitacional ou ainda, na perfuração de minas, na distribuição de água e rede de esgoto de uma cidade, linhas de metrô, aeroportos, etc.
5. Permite estimar o volume de terra a ser escavado (nos cortes) ou a ser acrescentado (nos aterros), num terreno natural, quando, após estudo e projeto, desejar-se altera-lo. É possível, ainda, iniciar a perfuração de um túnel simultaneamente de ambos os lados de uma montanha, com a certeza de perfurar apenas um túnel e não dois (por um erro de direção), uma vez que fornece as direções exatas a seguir.

O uso e a aplicação da Topografia nos diferentes ramos de atividades têm sido incrementados, dentre outras razões, pela modernização do instrumental pertinente, aliada à introdução da informática nas medições e nos cálculos de praxe.

As grandezas medidas num levantamento topográfico podem ser: a) lineares e b) angulares.

a) As grandezas lineares são principalmente: distâncias horizontais e distâncias verticais ou diferença de nível (figura 1-1) são determinadas pelas equações 1.1 e 1.2

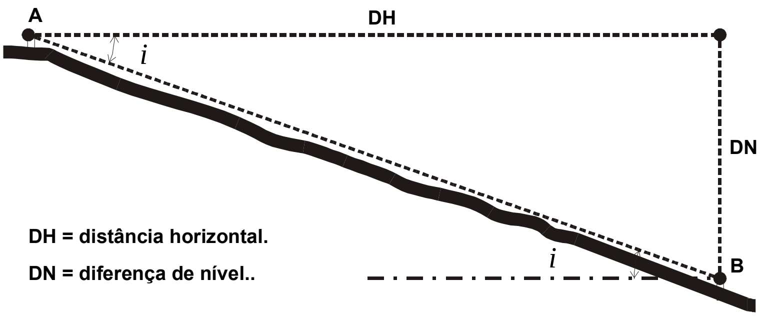


Figura 1-1

Onde: $$DH = \overline{AB} \times \cos i \qquad (1.1)$$

ou

$$DN = \overline{AB} \times \operatorname{sen} i \qquad (1.2)$$

b) As grandezas angulares são: ângulos azimutais ou horizontais e ângulos zenitais ou verticais.

1.1.2.1 DIVISÕES DA TOPOGRAFIA:

A TOPOGRAFIA pode se dividir em cinco partes principais (figura 1-2):

- **TOPOGRAFIA**
  - **TOPOMETRIA**
    - **Planimetria ou Placometria**
    - **Altimetria ou Hipsometria**
  - **TOPOLOGIA OU GEOMORFOGENIA**
  - **TAQUEOMETRIA**
  - **FOTOGRAMETRIA**
    - **Terrestre ou Fototopografia**
    - **Aérea ou Aerofotogrametria**
  - **GONIOMETRIA**

Figura 1-2

1.1.2.1.1. TOPOMETRIA:

A Topometria trata de medidas das grandezas lineares e angulares que definem a posição dos pontos topográficos, tanto nos planos horizontais e/ou verticais.

A – Planimetria:

Na Planimetria, as medidas, tanto lineares como angulares, são efetuadas em planos horizontais, obtendo-se ângulos e distâncias horizontais, não levando em consideração o relevo.

Consiste em obter **ângulos azimutais** e **distâncias horizontais**.

Para efeito de representação planimétrica ou avaliação de área, as distâncias inclinadas são reduzidas às dimensões de suas bases produtivas. Entendem-se por base produtiva as dimensões que são aproveitadas praticamente; na Agricultura, por exemplo, a maioria das plantas se desenvolvem procurando o centro da Terra, o que faz com que a área utilizada seja a projeção horizontal. O mesmo acontece com as edificações, pois exigem o aplainamento dos terrenos para que possam ser construídas.

B. - Altimetria:

As medidas são efetuadas num plano vertical, onde se obtêm os **ângulos azimutais e verticais** e as **distâncias horizontais e verticais** (diferença de nível).

1.1.2.1.2. TOPOLOGIA:

A Topologia, complemento indispensável à Topometria, tem por objetivo de estudo a conformação e representação de terrenos, suas modificações através dos tempos e as leis que as regem. A principal aplicação da Topologia dá-se na representação cartográfica do terreno pelas curvas de nível, que são as interseções obtidas por planos eqüidistantes, paralelos com o terreno a representar.

Os trabalhos da altimetria juntado a planimetria dão origem às **plantas planialtimétricas**. A altimetria isoladamente da origem ao **perfil**.

1.1.2.1.3. TAQUEOMETRIA:

A Taqueometria tem por finalidade o levantamento de pontos do terreno, pela resolução de triângulos retângulos, dando origem às plantas cotadas ou com curvas de nível. A sua principal aplicação é em terrenos altamente acidentados, por exemplo: morros, montanhas, vales, etc., sobre o qual oferece reais vantagens em relação aos métodos topométricos, já que os levantamentos são realizados com maior rapidez e economia

É a parte da topografia que trata das medidas indiretas das distâncias horizontais e verticais.

1.1.2.1.4. FOTOGRAMETRIA:

A Fotogrametria Terrestre é aquela que é realizada por aparelhos chamados fototeodolitos (fotogrâmetros), instalados convenientemente em pontos do terreno que fornecem fotografias orientadas (fotogramas), que permitem levantar com precisão suficiente os detalhes do terreno.

A Aerofotogrametria é o método de levantamento utilizado para grandes glebas de Terra. Emprega aparelhagens moderníssimas, e cada vez mais aperfeiçoadas, acopladas em aviões, fornecendo fotografias orientadas da superfície da Terra, que podem ser de dois tipos: eixos verticais e inclinados. Atualmente está sendo substituída pelas fotos de satélites.

1.1.2.1.5. GONIOMETRIA:

É a parte da topografia que trata da medição do ângulo azimutal (horizontal) e do ângulo vertical (perpendicular ao plano topográfico).

Atualmente os fabricantes de teodolitos estão produzindo somente teodolitos com ângulos verticais zenitais, isto é, a origem do ângulo vertical é no zênite (figura 1-3).

Os ângulos verticais podem ser:

- ZENITAL $\rightarrow$ Origem no zênite;
- NADIRAL $\rightarrow$ Origem no nadir.

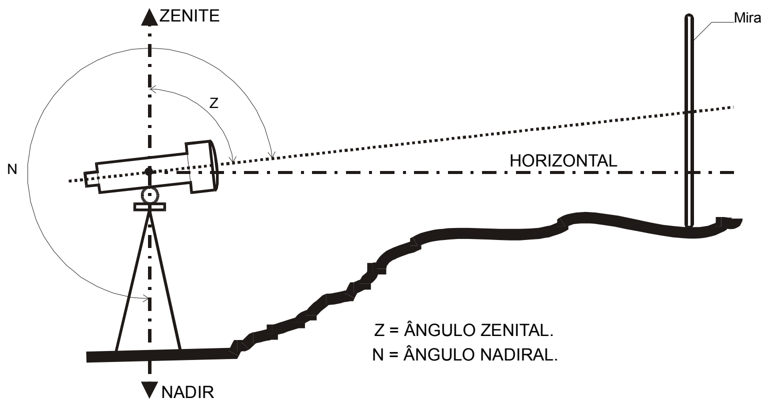


Figura 1-3

1.1.2.2. ERROS EM TOPOGRAFIA:

Os erros cometidos numa medição topográfica podem ter sido originados de fontes naturais, instrumentais ou pessoais.

1.1.2.2.1. NATURAIS:

Quando ocasionados por fatores como: temperatura, vento, refração, gravidade e obstáculos.

1.1.2.2.2. INSTRUMENTAIS:

Quando devidos a imperfeições na construção dos instrumentos ou retificação destes.

1.1.2.2.3. PESSOAIS:

Quando devidos a enganos, constantes ou sistemáticos e acidentais ou defeitos da vista do operador.

Os enganos tem origem na mente do observador, por exemplo:

- erro de leitura na mira ou no vernier;
- erro de contagem do número de treinadas;
- visadas num ponto errado;
- uso de parafusos errados.

Os erros constantes ou sistemáticos:

- devidos à temperatura;
- curvatura da corrente ou trena;
- força de puxar;
- erros de graduação ou retificação errada.

Os erros acidentais:

- imperfeição da vista ou de outros defeitos que tornam impossíveis leituras exatas;
- variação no instrumento;
- pequenas mudanças de temperatura durante a mesma operação.

1.1.2.3. CUIDADOS QUE DEVEM SER TOMADOS:

Na realização de um trabalho, a escolha de métodos e instrumentos depende:

- do grau de precisão de cada instrumento;
- do método empregado e do conhecimento dos limites permissíveis dos erros encontrados.

Neste caso, para que se possa corrigir, é necessário que o trabalho seja bem conduzido e bem sistematizado. Na prática, a escolha de métodos estará sempre ligada à precisão exigida pela finalidade a que se destina o trabalho em questão, ao tempo disponível e ao custo permissível.

1.1.2.4. NOÇÃO DE ESCALA:

Na execução de trabalhos topográficos pode-se encontrar alguns problemas relativos à escala, apesar de simples, se considera conveniente ressaltar.

Escala corresponde à relação constante entre as distâncias medidas no terreno (objeto – o) e sua representação no papel (imagem – i). Ela pode se apresentar na forma de fração ou de proporção: 1/100 ou 1:100, sendo esta última à preferida.

A equação (1.3) relaciona a dimensão do desenho no papel (imagem – i) com o seu tamanho real no terreno (objeto – o). Esta relação é dada pela fórmula:

$$E = \frac{i}{o} \qquad (1.3)$$

onde:

$E =$		escala ou razão escolhida;
i	=	unidades medidas no terreno (objeto);
o	=	unidades que devem ser colocadas no papel para representar (imagem).

A escala é representada por uma fração do tipo $1/M$, onde M é denominado de módulo da escala. Deste modo, podemos fazer a seguinte operação:

$$E = \frac{1}{M} = \frac{i}{o} \qquad (1.4)$$

daí,

$$o = i \times M \qquad (1.5)$$

A expressão (1.5) permite estimar a medida real de um terreno a partir do conhecimento da escala da planta e sua respectiva medida.

A tabela 1 apresenta um resumo, por ordem decrescente de valores, as principais escalas para plantas e cartas topográficas, cartográficas e geográficas, com o seu respectivo emprego.

ESCALA	**EQUIVALÊNCIA**		**EMPREGO**
	1 km (terreno)	1 cm (desenho)	
1/100	10 m	1m	Detalhes de edifícios, Terraplenagem, etc.
1/200	5 m	2 m	
1/250	4 m	2,5 m	
1/500	2 m	5 m	Planta de fazenda
1/1000	1 m	10 m	Planta de uma vila
1/2000	0,50 m	20 m	Planta de uma propriedade, planta cadastral
1/1250	0,80 m	12,5 m	Antigo cadastro
1/2500	0,40 m	25 m	
1/5000	0,20 m	50 m	Planta pequena cidade
1/10.000	0,10 m	100 m	Planta de grande propriedade
1/50.000	0,02 m	500 m	Carta de diversos países
1/100.000	0,01 m	1.000 m	Carta de grandes países
1/200.000	0,005 m	2.000 m	Carta aeronáutica
1/500.000	0,002 m	5.000 m	Carta reduzida (grande carta inter-Nacional do mundo)
1/1.000.000	0,001 m	10.000 m	

Tabela 1 – Principais tipos de escalas e suas respectivas aplicações. Fonte Espartel (1.987).

1.1.2.5. PRECISÃO GRÁFICA

Denomina-se de precisão gráfica de uma escala como sendo a menor grandeza susceptível de ser representada num desenho, através desta escala.

As normas de desenho aceitam como sendo de 1/5 de milímetros a menor grandeza gráfica possível de ser apreciada a olho nu. Deste modo, conhecendo a escala do desenho, pode-se calcular o erro admissível nas operações gráficas através da equação (1.6).

$$e = 0{,}0002 \times M \qquad (1.6)$$

A título de exemplo, nas escala 1/500, 1/1000 e 1/2000, temos os seguintes erros gráficos:

$e_1 = 0{,}0002 \times 500 = 0{,}10m = 10cm$

$e_2 = 0{,}0002 \times 1000 = 0{,}20m = 20cm$

$e_3 = 0{,}0002 \times 2000 = 0{,}40m = 40cm$

Assim, pode-se concluir que as dimensões que tiverem valores menores que o erro de precisão, não terão representação gráfica, e, portanto, não aparecerão no desenho. Logo, nas escala 1/500, 1/1000 e 1/2000 não podemos representar detalhes de dimensões inferiores a 10 cm, 20 cm e 40 cm, respectivamente.

Na elaboração do desenho, as dimensões do papel devem ser suficientes para conte-lo. Neste sentido, a ABNT recomenda em suas normas para desenho (NB-8/1969), as seguintes dimensões (tabela 2):

FORMATO DO PAPEL	LINHA DE CORTE (mm)		MARGEM (mm)
	X	Y	
A0	841	1189	10
A1	594	841	10
A2	420	594	10
A3	297	420	10
A4	210	297	5
Independentemente do formato, a NB-8/1969 recomenda um espaçamento de 25 mm na margem esquerda do papel.			

Tabela 2

1.1.2.6. EXERCÍCIOS:

1) – Para representar no papel uma linha reta que no terreno mede 45 m usando a escala de 1:50, qual será o seu valor em cm ?

2) – A distância entre 2 pontos na planta é de 80 cm, para uma escala de 1:250, qual o seu valor no terreno ?

3) – A distância entre 2 pontos na planta é de 820 mm; sabendo-se que no terreno esses pontos estão distantes de 615 m, qual será a escala da planta ?

4) – Se a avaliação de uma área resultou em 2.575 m^2 para uma escala de 1:500, a quantos m^2 corresponderá à área do terreno?

CAPÍTULO 2

TRIANGULAÇÃO

2.1. TRIANGULAÇÃO:

Sabe-se que o triângulo é uma figura geométrica que se torna totalmente determinada quando se conhecem seus três lados: não há necessidade de conhecer os ângulos.

Para levantamentos com medidas exclusivamente lineares os triângulos constituirão a amarração do levantamento.

Deve-se, portanto, tomar-se alguns cuidados para que não haja acumulação de erros a saber:

a.	Deve-se ter a preocupação de estabelecer triângulos principais
b.	Os detalhes devem ser amarrados a, se necessário, triângulos secundários
c.	Deve-se medir cada uma das retas que constituem os lados de todos os triângulos
d.	A medição deve ser feita, de preferência, com trena de aço
e.	Ao medir-se uma linha os detalhes que a margeiam serão mela amarrados
f.	Observar que a base do triângulo deverá estar na linha, tendo como vértice o ponto do detalhe
g.	Procurar determinar triângulos acutângulos

A solução do triângulo, por usar apenas medidas lineares, pode ser aplicada com sucesso em grande quantidade de pequenos problemas, a saber:

<u>- Para medição de um pequeno lote urbano irregular:</u>

Medir os quatro lados e pelo menos uma das duas diagonais (BD) ou (AC) (Figura 2-1).

Caso o lote possuir muito fundo e pouca largura, a diagonal ficará quase coincidente com os lados e a precisão será prejudicada; neste caso proceder como indicado. (Figura 2-2).

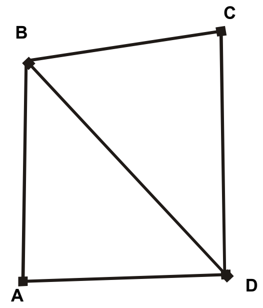


Figura 2-1

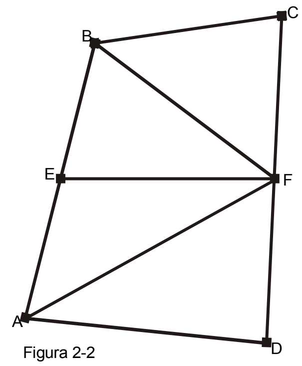


Figura 2-2

PROCEDIMENTO (Figura 2-3)

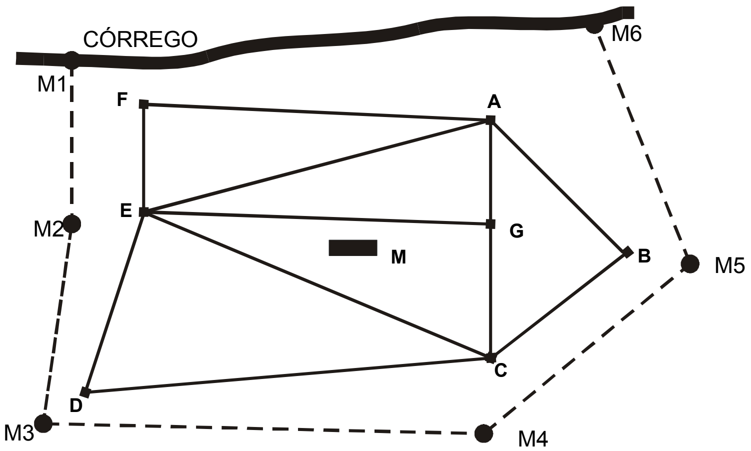


Figura 2-3

1) Triângulos principais $\rightarrow$ ABC; ACE; CDE.

2) Triângulos secundários $\rightarrow$ AGE, EGC, EFA.

3) Medir todos os lados $\rightarrow$ AB, BC, CD, DE, EF, FA, AG, AE, EG, EC, GC.

4) Amarrar a construção "M" na linha EG (secundária)

5) Observar processo correto de amarração da construção "M" na linha EG (Figura 2-4).

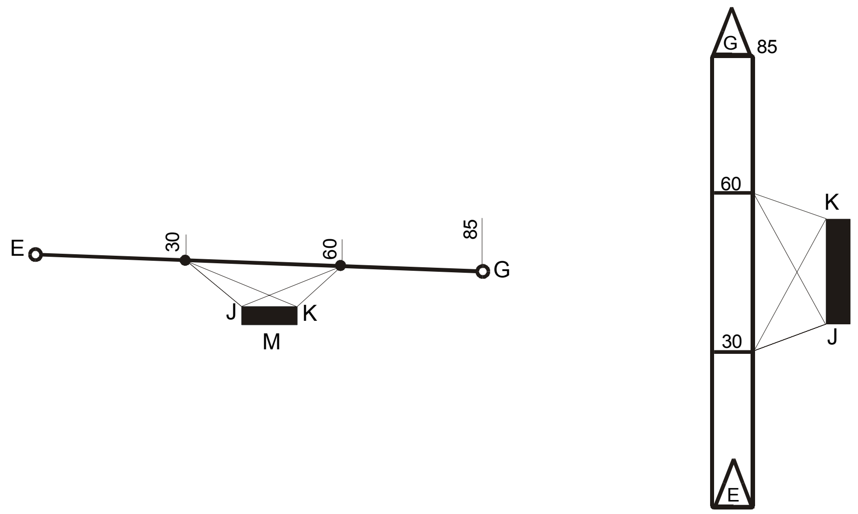


Figura 2.4

CAPÍTULO 3

MÉTODO DE MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS HORIZONTAIS

3.1. MÉTODO DE MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS HORIZONTAIS:

A medida da distância entre dois pontos, em Topografia, corresponde à medida da distância horizontal entre esses dois pontos.

Na Mensuração, o comprimento de um alinhamento pode ser obtido através de:

♦ - *medidas diretas*: uma medida é considerada ‘direta’ se o instrumento usado na medida apoiar-se no terreno ao longo do alinhamento, ou seja, se for aplicado no terreno ao longo do alinhamento;

♦ - *medidas indiretas*: uma medida é considerada ‘indireta’ no caso da obtenção do comprimento de um alinhamento através de medida de outras grandezas com ele relacionada matematicamente;

♦ - *medidas eletrônicas*: é o caso do comprimento de um alinhamento ser obtido através de instrumento que utilizam o comprimento de onda do espectro eletromagnético ou através de dados emitidos por satélites.

3.1.1. MEDIÇÃO DIRETA DE DISTÂNCIA HORIZONTAL:

Dizemos que se emprega o método direto quando, para se conhecer a distância AB, mede-se a própria distância AB. É método indireto quando, para determinar AB, medem-se qualquer outra reta e determinados ângulos que permitem o cálculo por trigonometria. O método direto pode ser utilizado percorrendo-se a linha com qualquer tipo de diastímetro, aplicando-o sucessivamente até o final; por exemplo, se ao medirmos uma distância com uma trena de 20 m, conseguimos aplicá-la quatro vezes e, no final, restar à distância fracionada de 12,73 m, a distância total será 4 X 20 m + 12,73 m = 92,73 m.

Em TOPOGRAFIA, os alinhamentos são representados graficamente através de suas projeções num plano horizontal, uma vez que as medições dos comprimentos dos alinhamentos são feitas segundo um plano horizontal.

Quando a distância entre os pontos extremos AB são maiores que o comprimento do diastímetro, precisamos traçar previamente o seu alinhamento.

Ao traçar um alinhamento, temos casos diferentes, que vamos ver a seguir:

3.1.1.1. ALINHAMENTO RETO ENTRE DOIS PONTOS VISÍVEIS ENTRE SI:

Este é o caso mais fácil. A primeira operação a realizar é demarcar os pontos extremos A e B do alinhamento com uma baliza. A seguir, um ajudante munido de uma outra baliza vai avançando em direção de B para A até uma determinada distância, onde, seguindo as indicações do operador que se encontra uns 2 metros atrás da baliza A, crava uma outra baliza C, verificando-se a verticalidade. Após de marcado o primeiro ponto intermediário, precede-se à mesma operação para o segundo, terceiro, etc., até chegar ao princípio do alinhamento.

O operador situado em A deve ver sobrepostas todas as balizas intermediárias até a última.

Consegue-se um alinhamento mais perfeito estacionando um teodolito em A, visando B (deve visar-se para o pé da baliza para evitar erro devido à possível falta de verticalidade da baliza).

3.1.1.2. ALINHAMENTO RETO ENTRE DOIS PONTOS NÃO VISÍVEIS ENTRE SI:

Se A e B são os extremos do alinhamento que queremos estabelecer e entre eles há um obstáculo que impede que se vejam um ao outro, o procedimento a seguir para traçar o alinhamento é o seguinte:

♦ - coloca-se uma baliza em cada um dos extremos A e B;

♦ - a seguir o ajudante que colocou a baliza em B dirige-se para um ponto C’ que esteja mais próximo do alinhamento AB e de onde possa ver a baliza em A;

♦ - o operador que colocou a baliza A dirige-se para C’ sem sair do alinhamento AC’ (seguindo as indicações do ajudante situado em C’), até que chega a um ponto D’ de onde possa ver a baliza situada em B;

♦ - a seguir, o operador colocado em D’ dá indicações ao que está situado em C’, até o colocar num ponto C” alinhado em D’ e B;

♦ - repetindo estas operações sucessivamente, obtêm-se os pontos D”, C’”, cada vez mais próxima do alinhamento AB, até chegar a dois pontos D e C, estando D no alinhamento AC e C no alinhamento DB, ou seja, que ambos os pontos estejam no alinhamento AB.

Podemos utilizar este mesmo procedimento quando queremos traçar um alinhamento entre dois pontos inacessíveis ou nos quais não se possa colocar um operador, como por exemplo as esquinas de dois edifícios.

3.1.2. MATERIAIS UTILIZADOS NA MEDIÇÃO DIRETA DE DISTÂNCIAS:

Para a medição direta de distâncias utilizamos o diastímetro, onde os mais conhecidos são:

♦ - *cadeia de agrimensor*: tem grande facilidade de articulação e rusticidade, qualidades que a fazem prática para ser usada no campo. Cada barra com elo de cada lado mede 20 centímetros. De metro em metro, no elo correspondente, existe pendurado um pingente circular de latão onde está gravado o número equivalente à distância da origem ao elo. A primeira e última barra são diferentes, pois contêm manoplas as quais permitem a extensão com força suficiente para eliminar a curvatura que o peso próprio da corrente ocasiona (catenária). À manopla fixa-se a um pedaço de barra com rosca que permite pequenas correções no comprimento total da corrente. Têm comprimentos de 20 metros. Com o aparecimento das fitas (trenas) de fibras sintéticas muito mais leves, práticas e precisas, o seu emprego atual é limitado.

♦ - *trenas de aço*: são fitas graduadas em centímetros enroladas no interior de uma caixa circular através de manivela. Seus comprimentos variam de 20 ou 30 metros. Podem ocasionar pequenos erros, facilmente corrigidos matematicamente, em função da variação de temperatura, tensão de tração superior à indicada pelo fabricante. Podem enferrujar-se rapidamente, portanto a necessidade de limpá-las com querosene e a seguir, recomenda-se untá-las com vaselina ou óleo.

♦ - *trenas de fibra de vidro*: fabricadas com material sintético, não necessitam dos mesmos cuidados das trenas de aço, embora a precisão seja um pouco menor. Recomendadas para serviços onde não se necessita de grande precisão, principalmente para medidas secundárias de pouca responsabilidade, principalmente na medida de detalhes.

♦ - *fio de invar*: são feitas de uma liga de aço e níquel (36%); permitem precisão da ordem de 1 mm em 100 m até 1 mm em 1.000 m. Seu uso dá-se apenas em bases geodésicas.3.1.3. ACESSÓRIOS:

Para efetuar uma medição, alem do diastímetro, utilizam-se ainda como acessórios que têm como finalidade a materialização do ponto topográfico no terreno, são eles:

♦ - *balizas*: são peças, geralmente de ferro ou alumínio, com 2 m de altura, de seção circular, pintadas, a cada 50 cm, em duas cores contrastantes (vermelho e brando) e tendo na extremidade inferior um ponteiro para facilitar a fixação no terreno. É um acessório indispensável para quaisquer trabalhos topográficos.

♦ - *fichas*: são peças de ferro, de seção circular, com diâmetro de ¼” ou 3/16”, com cerca de 40 cm de altura; são pontiagudas na extremidade inferior, para cravação no solo e, na extremidade superior. As fichas destinam-se à marcação de um ponto sobre o solo, por curto período.

♦ - *piquetes ou estacas*: tem como finalidade principal de materializar o ponto da poligonal do levantamento topográfico. São de madeira (2,5x2,5 cm), com aproximadamente 25 cm e apontados de um dos lados.

3.1.4. MEDIÇÃO COM DIASTÍMETRO:

Procedimento para medida de distância com trena:

Além da trena, deve-se utilizar também um jogo de onze fichas (hastes metálicas de 50 cm de comprimento com formato próprio para serem fincadas no chão) e deve-se proceder da seguinte maneira no campo:

Destacam-se dois auxiliares para segurar a trena sendo chamados de trena vante o auxiliar que vai puxando a trena na frente e trena ré o auxiliar que segura a trena na parte de trás da mesma, ou seja, aquele que segura o “zero” da trena.

Toda trenada deve ser feita com a trena esticada ao máximo próxima da horizontal. A medida é feita da seguinte maneira, supondo tratar-se de uma trena de comprimento igual a 30 metros:

♦ - No ponto de partida (zero metros) deve-se deixar uma ficha fincada ao lado do marco zero;

♦ - Ao dar a trenada, o trena vante finca uma outra ficha na posição exata da medida efetuada;

♦ - O trena ré sai então da posição inicial recolhendo a ficha que lá houvera sido fincada e caminha até a posição que se encontra cravada a outra ficha. Portando, para cada trenada efetuado, haverá uma ficha na mão do trena ré;

♦ - Depois de 10 trenadas, as ficha são devolvidas ao trena vante que anota a passagem das mesmas e inicia novamente o processo a partir da 11a ficha que ainda se encontra cravada no terreno. Até este ponto foram medidos no caso do exemplo 300 metros, ou seja:

- fichas na mão do trena ré = 10 = número de trenadas;

- comprimento da trena = 30 metros;

- comprimento medido = 10 x 30 = 300 metros.

♦ - Portanto, quando se chegar ao finas da linha, o comprimento medido será o número de fichas anotado pelo trena vante, multiplicado pelo comprimento da trena mais a fração inicial de trena lida na medida final. No caso do comprimento do alinhamento ser menor que 200 metros, a trena ré deixa fincada a última ficha e multiplica o número de fichas que estão em poder pelo comprimento da trena final.

3.1.5. ERROS DE AFERIÇÃO DO DIASTIMETRO:

Quando medimos a distância entre dois pontos, descobrimos depois que a trena utilizada não tem o comprimento que deveria ter, o resultado estará errado. Para a correção analítica, usa-se uma “REGRA DE TRÊS INVERSA”, já que quanto maior for à trena, menos vezes ela caberá na distância a medir.

Em geral se prefere a correção analítica, por ser mais rápida e exata. Consiste em usar normalmente a corrente, corrigindo os valores obtidos.

$$\boxed{l_r = \frac{c \times l_m}{l_n}}$$

onde:

l_r = comprimento real da linha;

c = comprimento da trena é o valor encontrado ao compará-la com uma trena correta;

l_m = comprimento medido com a trena não aferida;

l_n = comprimento nominal da trena represento o valor que ele deveria ter.

EXERCÍCIO 1)

As distâncias seguintes foram medidas nominalmente com uma trena de 20 metros, que se verificou ter só 19,95 metros. Corrigir.

LINHA	DISTÂNCIA MEDIDA	DISTÂNCIA CORRIGIDA
1 - 2	32,42	32,34
2 - 3	129,33	
3 - 4	91,04	
4 - 5	76,71	
5 - 6	38,10	
6 - 7	49,37	

Resolução para a linha 1-2.

Sabemos que: c = 19,95;

l_m = 32,42;

l_n = 20,00.

Portanto: $l_r = \frac{19{,}95}{20{,}00} \times 32{,}42 = 32{,}34$

EXERCÍCIO 2

A linha 13-14 medida com uma corrente de agrimensor de 19,94 metros, resultou 83,15 metros. O comprimento nominal da corrente é 20 metros. Corrigir o comprimento 13-14.

EXERCÍCIO 3

A linha A-B medida com uma trena que media de 20,06 metros, resultou 92,12 metros. Qual o comprimento real da linha ?

CAPÍTULO 4

GONIOMETRIA

4.1. GONIOMETRIA

É a parte da TOPOGRAFIA onde se estudam os instrumentos, métodos e processos utilizados na avaliação numérica de ângulos.

4.1.1 - UNIDADES DE MEDIDAS ANGULARES

41.1.1 - ÂNGULO

É o trecho de plano do horizonte compreendido entre duas semi-retas que têm origem comum (vértice).

Os ângulos podem ser: a) ângulo plano; b) ângulo diedro; c) ângulo triedro; e, d) ângulo esférico.

4.1.1.1.1 - ÂNGULO PLANO

É o ângulo sobre uma superfície plana que pode ser horizontal ou vertical (Figura 4-1).

PLANO HORIZONTAL Os ângulos medidos neste plano são chamados de ângulos azimutais.

PLANO VERTICAL Os ângulos medidos neste plano são denominados de ângulos verticais.

Os ângulos planos podem ser:

♦ - *ângulo reto*: tem os lados perpendiculares entre si. Mede 90^{o} ou 100 grados.

♦ - *ângulo agudo*: mede menos que um ângulo reto.

♦ - *ângulo obtuso*: mede mais que um ângulo reto.

4.1.1.1.2 - ÂNGULO DIEDRO

É o ângulo formado pela interseção de duas faces.

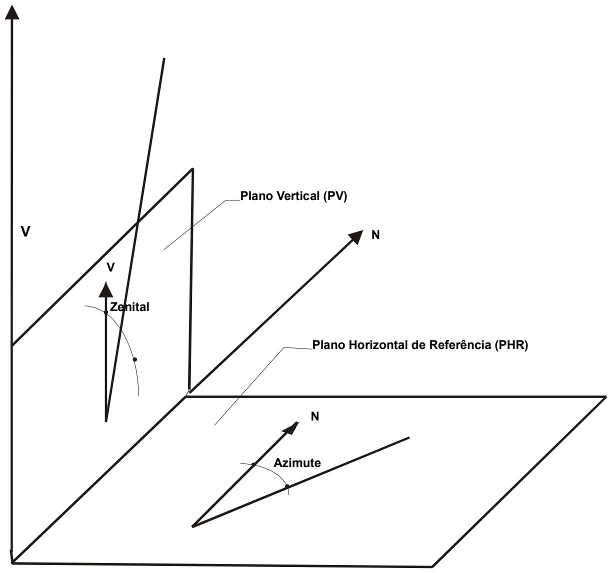


Figura 4-1

4.1.1.1.3 - ÂNGULO TRIEDRO

É o ângulo formado pela interseção de três faces. Para interseção de mais de três faces denomina-se ângulo sólido.

4.1.1.1.4 - ÂNGULO ESFÉRICO

É o ângulo medido sobre uma superfície esférica.

4.1.1.2 - UNIDADES DE MEDIDAS ANGULARES

Para tanto se utiliza o **"TEODOLITO TOPOGRÁFICO**", um aparelho para medidas exclusivamente de ângulos horizontais e vértices. Tal aparelho consta basicamente de um círculo graduado acoplado a uma luneta telescópica. Esta conjunto é adaptado a um tripé e estacionado sobre o vértice do ângulo que se deseja medir, após ser nivelado.

As unidades de medidas angulares são: a) sexagesimal; b) centesimal (grados); e, c) radianos.

4.1.1.2.1. SEXAGESIMAL

No Brasil, o sistema adotado é o sexagesimal, no qual a circunferência está dividida em 360 partes iguais, sendo cada parte de 1^{o} (um grau, que constitui a unidade do sistema sexagesimal). Cada grau está dividido em 60 partes iguais, onde cada parte corresponde a um ângulo de 1' (um minuto). Cada minuto está dividido em 60 partes iguais, sendo que cada parte corresponde a um ângulo de 1" (um segundo).

NOTAÇÃO: grau (^{o})
minutos (')
segundos (")

Os segundos (") admitem partes fracionárias, porém no sistema centesimal.

EXEMPLO:

12^o	16 ‘	36,1“	→	= 1	**Décimo de segundos**
12^o	16 ‘	36,12”	→	= 12	**Centésimos de segundos**
12^o	16 ‘	36,125”	→	= 125	**Milésimos de segundos**

4.1.1.2.2. CENTESIMAL (GRADO)

Na unidade centesimal, a circunferência está dividida em 400 partes iguais, cada parte correspondendo a 1^g (um grado). Cada grado está dividido em 100 partes iguais, cada parte corresponde a 1 centígrado, 1 centésimo de grados ou 1 minuto centesimal. Cada centígrado está dividido em 100 partes iguais, onde cada parte corresponde a 1 decimiligrado ou milésimos de grado

Portanto, o grado é composta de uma parte inteira e uma parte fracionária que pode ser:

EXEMPLO:

21,1	→	= 1	**Décimo de grados**
21,12	→	= 12	**Centésimos de grados**
21,125	→	= 125	**Milésimos de grados**

4.1.1.2.3. RADIANO:

Chama-se de radiano, ao ângulo central que corresponde a um arco de comprimento igual ao raio. A circunferência está dividida em rd (6,2832 rd), onde 1 radiano corresponde a um ângulo, no sistema sexagesimal, a 57^o 17’44,8”. A aplicação prática desta unidade de medida angular, dá-se principalmente na medida de ângulos pequenos.

4.1.1.3. CONVERSÃO DE UNIDADES:

4.1.1.3.1. CONVERSÃO DE GRAUS EM GRADO

400^g → 360^o

X^g → Y^o

Portanto:

$$\boxed{X^o = \frac{400^g \times Y^o}{360^o}}$$

Exemplo:

Converter 62^o 37’21” em grados.

Resolução:

- Passagem do sistema sexagesimal para o sistema decimal:

Multiplica-se os minutos por 60, adiciona-se os segundos e divide-se o resultado por 3.600 e obtêm a parte decimal.

37 x 60 = 2.220

2.220 + 21 = 2.241

$$\frac{2.241}{3.600} = 0,6225$$

Daí: 62º 37’21” = 62,6225º.

- Cálculo do valor em grados:

$$\boxed{X^g = \frac{400^g \times 62,6225^o}{360^o} = 69,5805^g}$$

4.1.1.3.2. CONVERSÃO DE GRADOS EM GRAUS

$400^g \rightarrow 360^o$

$X^g \rightarrow Y^o$

Portanto:

$$\boxed{Y^o = \frac{360^o \times X^g}{400^g}}$$

Exemplo:

Converter 65,5805 grados em graus.

Resolução:

- Cálculo do valor em grados:

$$\boxed{Y^o = \frac{360^o \times 65,5805^g}{400^g} = 62,6225^o}$$

- Passagem do sistema decimal para o sistema sexagesimal:

62,6225º.

Multiplica-se a parte fracionária por 60 para obter-se os minutos. Multiplica-se novamente a parte fracionária por 60 para obter-se os segundos.

0,6225 x 60 = 37,35’ (37 equivale aos minutos).

0,35 x 60 = 21”

Portanto: 62,6225º = 62º 37’21”.

4.1.1.3.3. CONVERSÃO DE GRAUS EM RADIANOS

$180^o \rightarrow \pi$ rad

$Y^o \rightarrow Z$ rad

Portanto:

$$\boxed{Z_{rad} = \frac{Y^o \times \pi_{rad}}{180^o}}$$

Exemplo:

Converter 150^o em radianos.

Resolução:

$$\boxed{Z_{rad} = \frac{150^o \times \pi_{rad}}{180^o} = \frac{5}{6}\pi_{rad}}$$

4.1.1.3.4. CONVERSÃO DE RADIANOS EM GRAUS

π rad $\rightarrow 180^o$

Z rad $\rightarrow Y^o$

Portanto:

$$\boxed{Y^o = \frac{180^o \times Z_{rad}}{\pi_{rad}}}$$

Exemplo:

Converter $\frac{4}{3}\pi_{rad}$ em graus.

Resolução:

$$\boxed{Y^o = \frac{180^o \times \frac{4}{3}\pi_{rad}}{\pi_{rad}} = 240^o}$$

4.1.1.4 – EXERCÍCIOS:

Faça as seguintes transformações:

1 – Transforme para grados e radianos:

a) 36^{o} ; b) 10º; c) 234º; d) 50º.

2 – Transforme em graus sexagesimais:
a) 56 grados; b) 75 grados; c) 3 rad.

3 – 1 rd em graus e em grados;
4 – 45gr 58 em graus e em radianos;
5 – 37gr 426 em graus e em radianos;
6 – 23^{o} 16' em radianos;
7 – 54^{o} 45' 58" em grados;
8 – $\pi/4$ rd em grados;
9 – 88gr 8888 em graus e em radianos.

4.1.2 - UNIDADES DE MEDIDAS LINEARES:

A unidade padrão para medida linear é o metro que corresponde a uma parcela de 1/40.000.000 do meridiano da terra.

Atualmente o metro é definido como a quantidade de 1.650.763,73 comprimentos de onda, no vácuo da transição não perturbada $2p_{10}$ - $5d_5$ do Kr^{86}. O sistema métrico decimal foi criado no Brasil, a partir de 1.874.. No entanto, ainda hoje, são usados as medidas do antigo sistema metrológico em muitos estados brasileiros, conforme TABELA 4.1.2.a:

SISTEMA ANTIGO	VALOR	SISTEMA MÉTRICO
1 linha	10 pontos	0,002291 m
1 polegada	12 linhas	0,0275 m
1 palmo	8 polegadas	0,22 m
1 vara	5 palmos	1,10 m
1 braça	2 varas	2,20 m
1 corda	15 braças	33,00 m
1 quadra	4 cordas	132,00 m
1 polegada inglesa	-	0,0254 m
1 pé inglês	12 polegadas inglesas	0,30476 m
1 jarda	3 pés ingleses	0,91438 m
1 pé português	12 polegadas	0,33 m
1 côvado	2 pés	0,66 m
1 passo geométrico	5 pés	1,65 m
1 toesa	3 côvados	1.98 m
1 quadra Uruguai	50 braças	110,00 m
1 quadra brasileira	60 braças	132,00
1 milha brasileira	1.000 braças	2.200,00 m
1 milha terrestre	1.760 jardas	1.609,31 m
1 milha métrica	833,33 braças	1.833,33 m
1 milha marítima	841,75 braças	1.851,85 m
1 légua métrica	2.500 braças	5.500,00 m
1 légua marítima	2525,25 braças	5.555,55 m
1 légua brasileira	3.000 braças	6.600,00 m

TABELA 4.1.2.a

Por ser simples de se trabalhar, o sistema métrico tende, em breve, a ser usado pela totalidade dos países

Possui os seus múltiplos e submúltiplos.

♦ - SUBMÚLTIPLOS:

DECÍMETRO	Corresponde a décima parte do metro (0,10 m ou 1 dm)
CENTÍMETROS	Corresponde a centésima parte do metro (0,01 m ou 1 cm)
MILÍMETROS	Corresponde a milésima parte do metro (0,001 m ou 1 mm)

♦ - MÚLTIPLOS:

DECÂMETRO	Corresponde a 10 vezes o metro (10 m ou 1 dam)
HECTÔMETRO	Corresponde a 100 vezes o metro (100 m ou 1 hm)
QUILOMETRO	Corresponde a 1000 vezes o metro (1000 m ou 1 km)

EXEMPLOS:

2,432 m	= 2 metros, 4 decímetros, 3 centímetros e 2 milímetros
2,045 m	= 2 metros, 4 centímetros e 5 milímetros
3,002 m	= 3 metros e 2 milímetros
5,058 dam	= 50 metros (5 decâmetros), 5 decímetros e oito centímetros
5,23 dam	= 52 metros (5 decâmetros), 3 decímetros
5,4258 km	= 5 quilômetros, 4 hectômetro, 2 decâmetro, 5 metros e 8 decímetros
0,5 m	= 5 decímetros
0,01 m	= 1 centímetro
0,004 m	= 4 milímetros
0,0052 m	= 5 milímetros e 2 décimos de milímetros

4.1.3 - UNIDADES DE MEDIDAS AGRÁRIAS:

As unidades de medidas de superfície são:

♦ - *metro quadrado* → m^2.

♦ - *are*: corresponde a superfície de um quadrado de 10 metros de lado ou seja 100 m^2. É muito usado o múltiplo destas unidades, o HECTARE (100 vezes o ares) que equivale a 10.000 m^2 e corresponde à superfície de um quadrado de 100 metros de lado. A conversão de um número qualquer de m^2 para hectare (*ha.*) basta dividi-lo por 10.000 e separá-lo a partir da direita, em casas de algarismo, assim:

Área = 1.278.493 m^2

Dividindo por 10.000 tem-se: 127,8493 hectares.

Assim, temos:

1 hectare (ha)	=	10.000,00 m^2	(quadrado de 100 x 100 m)
1 are (a)	=	100,00 m^2	(quadrado de 10 x 10 m)

1 centiare (ca)	=	1,00 m^2	(quadrado de 1 x 1 m)

Portanto:

127,8493 hectares, corresponde a:

127 hectares
84 ares
93 centiares.

4.1.3.1 - DEFINIÇÕES E ORIGENS DAS PRINCIPAIS UNIDADES DE MEDIDAS:

4.1.3.1.1 - HECTARE:

Medida agrária do SISTEMA MÉTRICO DECIMAL que equivale a superfície de um quadrado de 100 metros de lado ou 10.000 m^2.

4.1.3.1.2 - ARE:

Medida agrária do SISTEMA MÉTRICO DECIMAL que a superfície de um quadrado de 10 metros de lado ou 100 m^2.

4.1.3.1.3 - CENTIARE:

É a centésima parte do are ou seja, 1 m^2.

4.1.3.1.4 - ACRE:

Medida de superfície empregada na Inglaterra e nos Estados Unidos. Equivale a 4.046,80 m^2.

4.1.3.1.5 - CINQÜENTA:

Unidade agrária empregada na Paraíba e a área de 50 x 50 braças, também chamada de quarta no Rio Grande do Norte. Equivale a 12.100,00 m^2.

4.1.3.1.6 - COLÔNIA:

Unidade de superfície agrária usada no Espírito Santo equivalente a 5 alqueires geométricos. Equivale a 242.000,00 m^2.

4.1.3.1.7 - DATA DE TERRAS:

Designação antiga de área geralmente retangular, caracterizada pela metragem de testada e de fundo. Exemplo: uma data de 800 com meia légua, exprime uma área de 800 braças de testadas por 1.500 braças de fundo, equivalente a 6.600.000,00 m^2. Em Minas Gerais, São Paulo e Paraná a data varia de 20 a 22 m por 40 a 44 metros.

4.1.3.1.8 - MORGO:

Unidade de superfície empregado no estado de Santa Catarina, equivalente a 0,25 hectares ou seja um quadrado de 50,00 metros de lado.

4.1.3.1.9 - QUARTA:

Unidade agrária empregada no Rio Grande do sul, equivalente à área de 50 x 50 braças, equivalente a 12.100,00 m^2. Na Paraíba recebe a designação de cinqüenta. No Paraná a quarta vale 50 x 25 braças, iguais a 6.050,00 m^2.

4.1.3.1.10 - TAREFA:

É a área de terra que corresponde a um determinado trabalho agrícola que se deve realizar em determinado limite de tempo, por um homem ou grupo de homens. Aparece em dimensões muito variáveis, desde 7x7 braças até 50x50 braças. Na Bahia corresponde a superfície de um quadrado de 30 braças de lado, equivalente a 4.356,00 m^2.

4.1.3.1.11 - ALQUEIRE GEOMÉTRICO:

Unidade agrária, utilizada no estado de Minas Gerais, equivalente à área de 100 x 100 braças, que contém 48.400,00 m^2 ou seja 4 hectares e 84 ares comportando 80 litros de planta.

4.1.3.1.12 - ALQUEIRE PAULISTA:

Unidade agrária, utilizada no estado de São Paulo, sul de Minas Gerais, equivalente à área de 50 x 100 braças, que contém 24.200,00 m^2 ou seja 2 hectares e 42 ares comportando 40 litros de planta.

Segundo artigo do Engenheiro Orlando Andrade Resende, publicação da REVISTA “A MIRA”, edição número 02 de agosto/setembro de 1.990 tem-se:

“Muitas vezes o perito se encontra diante de medidas agrária diversas e fica na dúvida qual será sua correspondência no sistema métrico. Como exemplo podemos citar o ALQUEIRE que ora é paulista com 2,42 ha., ora é mineiro com 4,84 ha. ou o alqueirão do nordeste mineiro com 19,36 ha. No âmbito fiscal se encontra o alqueire de 3,0250 ha. chamado alqueire de planta, ou 3,4 ou 3,6 ha.

Além disto, o perito topa ainda com as medidas de litros e de quartas ou então de tarefas. A confusão é grande. No ano de 1.930, em recenseamento feito o Brasil foram encontrados 19 tamanhos de alqueire como medida agrária. Diante disto, vamos aqui, tentar uma explicação de origem da medida.

ALQUEIRE é uma palavra que provêm do árabe “alqueire” - “medida de um saco” - deriva do verbo “cala” - medir - medição de grãos. “Seis alqueires fazem um saco e sessenta um maio”(conforme o dicionário crítico e etimológico da língua portuguesa). Os colonos portugueses sempre usaram o alqueire como medida de volume e o terreno que, no plantio, coubesse aquela medida era chamado de “terreno de um alqueire”.

A dificuldade da construção de um recipiente que contivesse a quantidade de grãos de “um alqueire” fez com que fosse construído um recipiente menor e daí surgiu a “quarta” ou seja a quarta parte do alqueire. Também na medida da terra prevaleceu o nome de “quarta” à área que levasse sua medida em plantio. Da mesma maneiro, o litro. Plantado o terreno com a cultura mais usual na época, o milho, a área foi medida em braças ou em varas e daí surgiu a expressão de alqueire de tantas braças em quadra.

A diferença na medida real do alqueire provém de vários fatores:

Primeiramente o tamanho do saco, pois temos sacos de 40, 50, 60, 70, 80 litros, etc.

Em milho, estas medidas correspondem, a 32 kg, 40 kg, 48 kg, 56 kg, 64 kg, etc. Como o milho era plantado em covas distantes um das outras a medida de um cabo de enxada, a área para se planta um alqueire de semente variava muito. Em primeiro lugar porque o número de sementes por litro depende de ser a mesma graúda ou miúda; o número de grãos por cova, 3, 4, 5 ou 8; depende também do tamanho do cabo da enxada pois este varia com a estatura do lavrador.

De maneira geral, em Minas Gerais a medida mais comum do alqueire correspondia a 50 litros e o seu plantio feito em 10 tarefas. Cada tarefa corresponde a 25 braças em quadra ou seja 55 x 55 metros, iguais a 3.025 m^2. Assim o alqueire de 50 litros de planta de milho corresponde a dez tarefas, tem a área de 30.250 m^2 ou 3,0250 hectares e o litro corresponde a 30.250/50 = 605 m^2.

O chamado alqueire paulista de 40 litros corresponde à área de 40 x 605 m = 24.200,00 m^2 ou 2,42 hectares e equivale a 100 x 50 braças. O denominado alqueire mineiro de 4,84 hectares, contém 80 litros e mede 100 braças em quadra. O alqueirão do nordeste de Minas Gerais mede 200 x 200 braças e que dá 19,36 hectares, ou 320 litros.

Além da diversidade das medidas, o comum é que temos os terrenos, na maioria das vezes não fora medidos: foram simplesmente calculados por “Louvados”. Neste trabalho, o “prático” vai calculando o terreno que ele enxerga de perto, em partes, por litros, fazendo a soma ao final para se chegar ao total da área. Quando o terreno é montanhoso ele o vê de todos os lados, daí o crescimento da medida; as terras de várzeas não são vistas e o louvado faz o seu cálculo pelo andar do cavalo de um lado para outro em um tempo por ele calculado e, neste caso, o comum é o terreno apresentar-se menor que a realidade”.

4.1.3.2 - UNIDADE LEGAIS NO BRASIL:

UNIDADE	SÍMBOLO	UNIDADE
Metro	m	comprimento
metro quadrado	m^2	área

metro cúbico	m^3	volume
Quilograma	kg	massa
Grama	g	massa
Litro	l	volume
Mililitro	ml	volume
Quilômetro	km	comprimento
Quilômetro por hora	km/h	velocidade
Hora	h	tempo
Minuto	min	tempo
Segundo	s	tempo
graus Celsius	^oC	temperatura
Kelvin	K	temperatura termodinâmica
Hertz	Hz	freqüência
Newton	N	força
Pascal	Pa	pressão
Watt	W	potência
Ampére	A	Corrente elétrica
Volt	V	Tensão elétrica
Condela	Cd	intensidade de luz

CAPÍTULO 5

TRIGONOMETRIA

5.1. TRIGONOMETRIA:

Aplica-se extensivamente a trigonometria na busca de soluções de problemas de engenharia e astronomia, e principalmente nas resoluções de problemas topográficos.

5.1.1. CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO:

5.1.1.1. – DEFINIÇÃO:

É um círculo de raio adotado igual a 1 (um), destinado a determinar as funções trigonométricas e os valores por eles assumidos quando se toma os respectivos valores angulares (Figura 5-1).

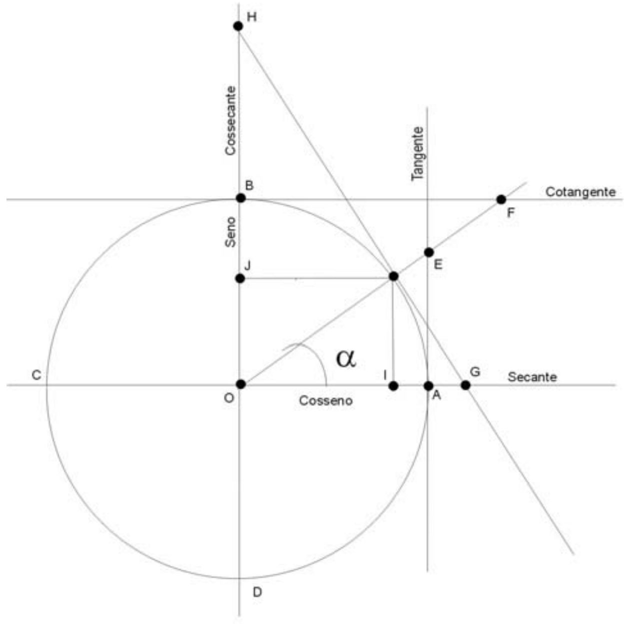


Figura 5-1

No ciclo trigonométrico temos:

OI = cos ∝
OJ = sen ∝
AE = tg ∝
BF = cotg ∝
OG = sec ∝
OH = cosec ∝

5.1.1.2 VALORES QUE AS FUNÇÕES PODEM ASSUMIR:

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	VALORES
Co-seno	-1 a +1
Seno	-1 a +1
Tangente	-∞ a + ∞
Co-tangente	-∞ a + ∞
Secante	-∞ a -1 e +1 a +∞
Co/secante	-∞ a -1 e +1 a +∞

5.1.1.3. – RELAÇÃO ENTRE O CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO E UM TRIÂNGULO QUALQUER:

Analisando a figura 5-2, temos:

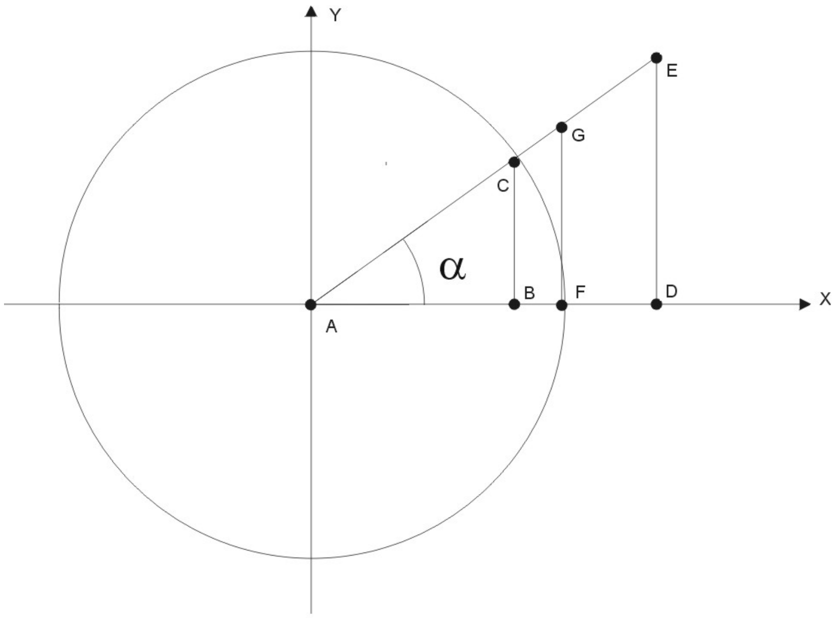


Figura 5-2

$$\Delta ABC - \Delta ADE$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \therefore \frac{AE}{1} = \frac{AD}{\cos\alpha} = \frac{DE}{\operatorname{sen}\alpha}$$

Conclui-se que:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{cateto.oposto}{hipotenusa}$$

$$\cos\alpha = \frac{cateto.adjacente}{hipotenusa}$$

5.1.2 - Tabela prática das funções no triângulo retângulo

Seja o triângulo com os vértices ABC e os respectivos lados a, b, c.

O lado **a** é oposto ao ângulo α, o lado **b** é oposto ao ângulo β; e o lado **c** é oposto ao ângulo γ. (Figura 5-3).

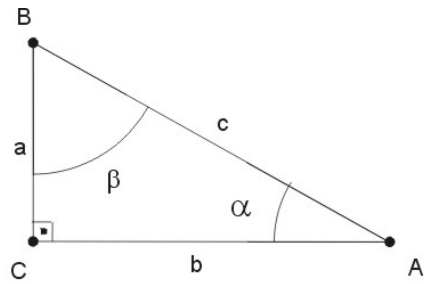


Figura 5-3

Conclui-se, que:

$\operatorname{sen}\alpha = \frac{a}{c}$	$a = c \times \operatorname{sen}\alpha$	$c = \frac{a}{\operatorname{sen}\alpha}$
$\cos\alpha = \frac{b}{a}$	$b = a \times \cos\alpha$	$c = \frac{b}{\cos\alpha}$
$tg\alpha = \frac{a}{b}$	$a = b \times tg\alpha$	$b = \frac{a}{tg\alpha}$
$\cot g\alpha = \frac{b}{a}$	$b = a \times \cot g\alpha$	$a = \frac{b}{\cot g\alpha}$

5.1.3 - Relações trigonométricas num triângulo qualquer:

5.1.3.1 - Lei dos Co-senos

"Num triângulo qualquer, o quadrado de um lado, é igual a soma dos quadrados dos outro dois lados, menos duas vezes o produto desses pelo co-seno do ângulo por eles formado".

Demonstração:

Tomemos em triângulo qualquer (Figura 5-4), não retângulo, onde se procura calcular um lado, conhecendo-se os outros dois lados e o ângulo oposto a este lado.

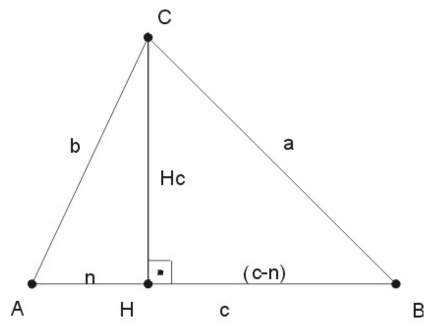


Figura 5-4

Equação (I): por Pitágoras

$$\boxed{\Delta AHC \xrightarrow{PITAGORAS} b^2 = n^2 + h^2}$$

Equação (II): por Pitágoras

$$\boxed{\Delta CHB \xrightarrow{PITÁGORAS} a^2 = (c-n)^2 + h^2 = c^2 - 2cn + n^2 + h^2}$$

De (I) em (II):

Equação (III)

$$\boxed{a^2 = c^2 - 2cn + b^2}$$

No triângulo AHC temos:

Equação (IV)

$$\boxed{n = b \times \cos A}$$

De (IV) em (III), temos a expressão que traduz a lei dos co-senos:

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A}$$

Analogamente:

$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B}$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C}$$

5.1.3.2 - Lei dos Senos:

“Num triângulo qualquer (Figura 5-5), o produto da divisão de um lado pelo seno do ângulo oposto a este lado é igual ao produto da divisão de qualquer dos outros dois lados pelos respectivos senos dos ângulos opostos”.

Demonstração:

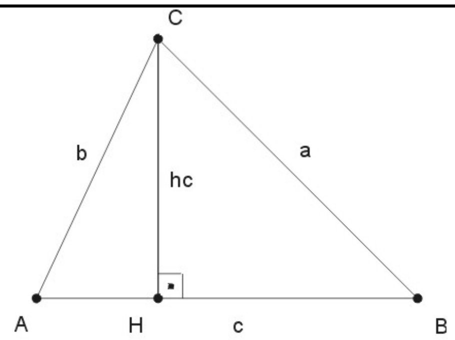


Figura 5-5

$$\boxed{\operatorname{sen} A = \frac{hc}{b} \longrightarrow hc = \operatorname{sen} A \times b}$$

$$\boxed{\operatorname{sen} B = \frac{hc}{a} \longrightarrow hc = \operatorname{sen} B \times a}$$

Logo:

$$\operatorname{sen} A \times b = \operatorname{sen} B \times a$$

Portanto: Equação (I)

$$\boxed{\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}}$$

$$\operatorname{sen} A = \frac{hb}{c} \longrightarrow hb = \operatorname{sen} A \times c$$

$$\operatorname{sen} C = \frac{hb}{a} \longrightarrow hb = \operatorname{sen} C \times a$$

Logo:

$$\operatorname{sen} A \times c = \operatorname{sen} C \times a$$

Portanto: Equação (II)

$$\boxed{\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}}$$

De (I) e (II) tiramos a expressão que traduz a lei dos senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

Exercícios:

1 – Na observação de um triângulo que servirá de apoio para um levantamento, obtiveram-se os seguintes valores:

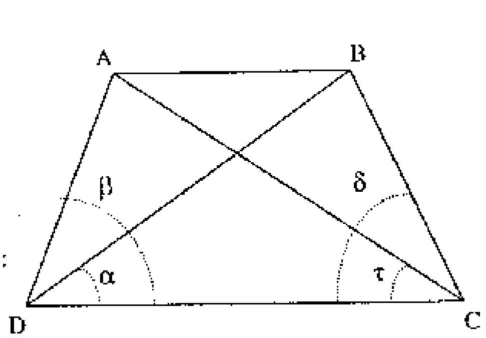
A = 51º16’39”; B=74º16’35”; C=54º26’46”; lado BC=100,60 m.

Calcular o comprimento do lado AB.

2 – Um segmento AB de 5,74 m, forma com a reta “r”, um ângulo de 26º28’55”. Calcule a medida da projeção ortogonal de AB sobre “r”.

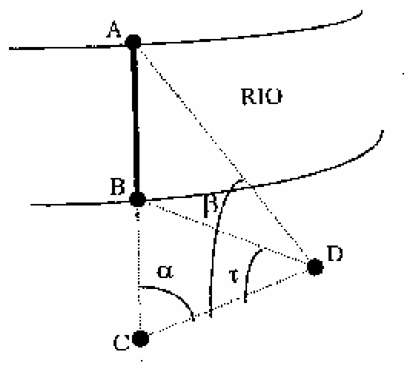
3 – Qual é a altura de uma chaminé cuja sombra se espalha por 20 metros quando o sol está a uma altura de 60 grados em relação ao horizonte.

4 – Calcular a distância entre dois pontos inacessíveis A e B, conhecendo uma base CD (medida) = 150,00 m e os ângulos (medidos) α= 40º, β= 60º, ζ=38º30’, δ=70º30’.



5 – Para determinar a largura AB de um rio, mediu-se:

CD – 85,00m, α= 74º18’, β= 56º20’, ζ= 18º56’.



CAPÍTULO 6

RUMOS E AZIMUTES

6.1 - RUMOS:

Rumo de uma linha é o menor ângulo horizontal, formado entre a direção NORTE/SUL e a linha, medindo a partir do NORTE ou do SUL, no sentido horário (à direita) ou sentido anti-horário (à esquerda) e variando de 0^o a 90º ou 0^g a 100^g.

Quando tomamos como referência a meridiano magnético, o rumo obtido é chamado rumo magnético, e quando usamos o meridiano verdadeiro, o rumo obtido é chamado rumo verdadeiro.

Se tomarmos para exemplo uma linha A-B qualquer, e se dissermos simplesmente que seu rumo é 50^o 00’, não teremos bem caracterizada a posição relativa da linha, uma vez que esta poderá ser localizada de quatro maneiras diferentes em relação a direção NORTE/SUL. Se apenas dispomos desse elemento, precisamos então indicar qual o quadrante em que a linha está localizada (Figura 6-1).

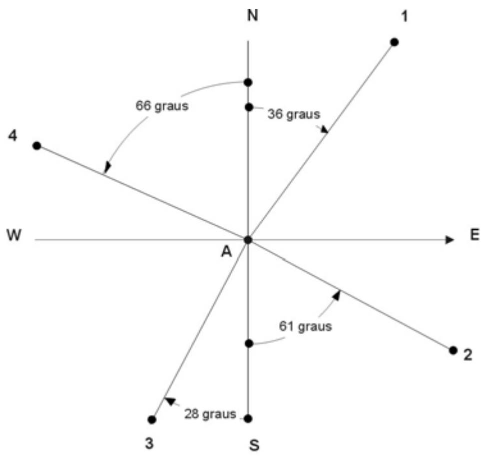


Figura 6-1

Diz-se que os rumos da linha:	A-1	=	36^o NE
	A-2	=	61^o SE
	A-3	=	28^o SW
	A-4	=	66^o NW, são rumos vantes.
Já os rumos das linha:	1-A	=	36^o SW
	2-A	=	61^o NW
	3-A	=	28^o NE
	4-A	=	66^o SE, são rumos à ré.

Assim o rumo ré de uma linha é igual ao valor numérico do rumo vante, situado em quadrante oposto.

6.2 - AZIMUTE:

De uma maneira ampla e geral, o AZIMUTE é um ângulo horizontal medido a partir do NORTE ou do SUL, no sentido horário (à direita) ou sentido anti-horário (à esquerda), podendo variar de 0^o a 360^o ou 400^g. (Figura 6-2).

Quando não for expressamente afirmado o contrário, o AZIMUTE será sempre à direita (sentido horário) do NORTE.

Portanto, Azimute à direita do norte, ou simplesmente AZIMUTE de uma linha é o ângulo horizontal medido a partir do NORTE no sentido horário (à direita), podendo variar de 0^o a 360^o ou 400^g.

Todavia, devemos observar, tendo por base uma linha A-B qualquer, que a soma dos valores de seu azimute à direita com o valor de seu azimute à esquerda resulta sempre igual a 360^o.

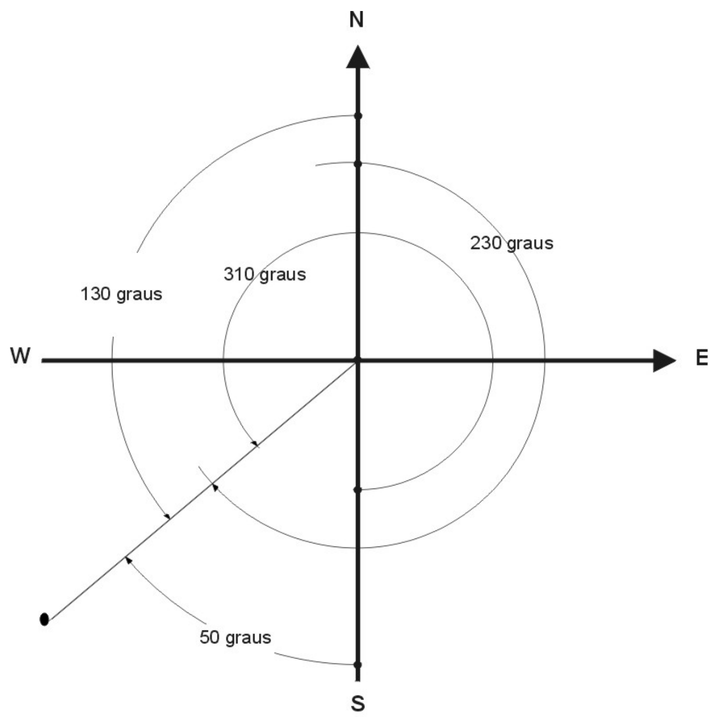


Figura 6-2

Portanto:

a) - Azimute à direita do Norte ou simplesmente Azimute	=	230^o.
b) - Azimute à esquerda do Norte	=	130^o.
a) - Azimute à direita do Sul	=	50^o.
a) - Azimute à esquerda do Norte	=	310^o.

A relação entre AZIMUTE À VANTE e À RÉ, conforme demonstrado na Figura 6-3 é a seguinte:

AZIMUTE À RÉ (1-2) = AZIMUTE À VANTE (1-2) $\pm$ 180°.

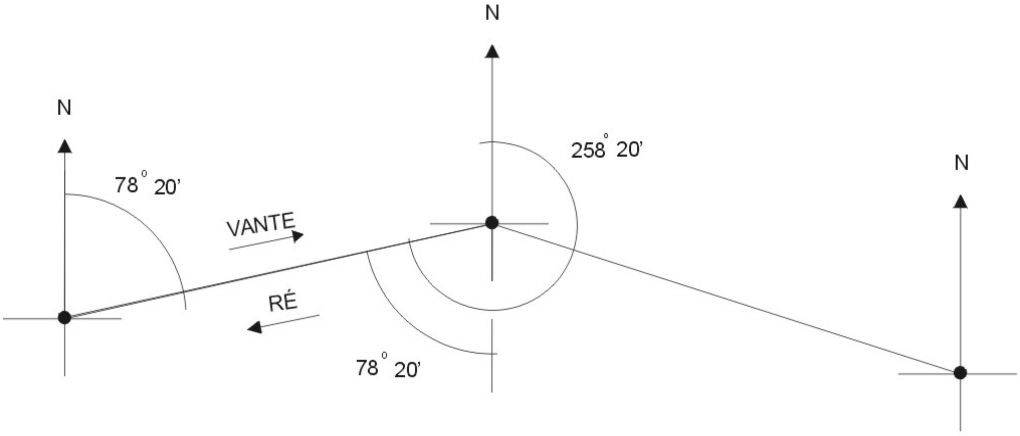


Figura 6-3

Conversão entre RUMOS e AZIMUTE À DIREITA DO NORTE:

QUADRANTE		FÓRMULA
NE	$\rightarrow$	RUMO = AZIMUTE
SE	$\rightarrow$	RUMO = 180° – AZIMUTE
SW	$\rightarrow$	RUMO = AZIMUTE – 180°
NW	$\rightarrow$	RUMO = 360° – AZIMUTE

EXERCÍCIOS:

1) - Transformação de rumos em azimutes à direita do norte ou simplesmente Azimute:

LINHA	RUMO	AZIMUTE
1-2	42°15'20"NW	
2-3	00°15'30"SW	
3-4	89°40'40"SE	
4-5	10°15'40"SE	
5-6	89°40'10"NE	
6-7	00°10'20"NE	
7-8	12°00'20"NW	

3) - Operações com rumos e azimutes:

Num rumo ou azimutes podemos somar ou subtrair ângulos e assim obtermos novos rumos ou azimutes.

Recomenda-se trabalhar com os azimutes, pois com rumos pode-se vir a cometer enganos nas operações.

Para o desenho da Figura 6-4, calcular os azimutes das linhas:

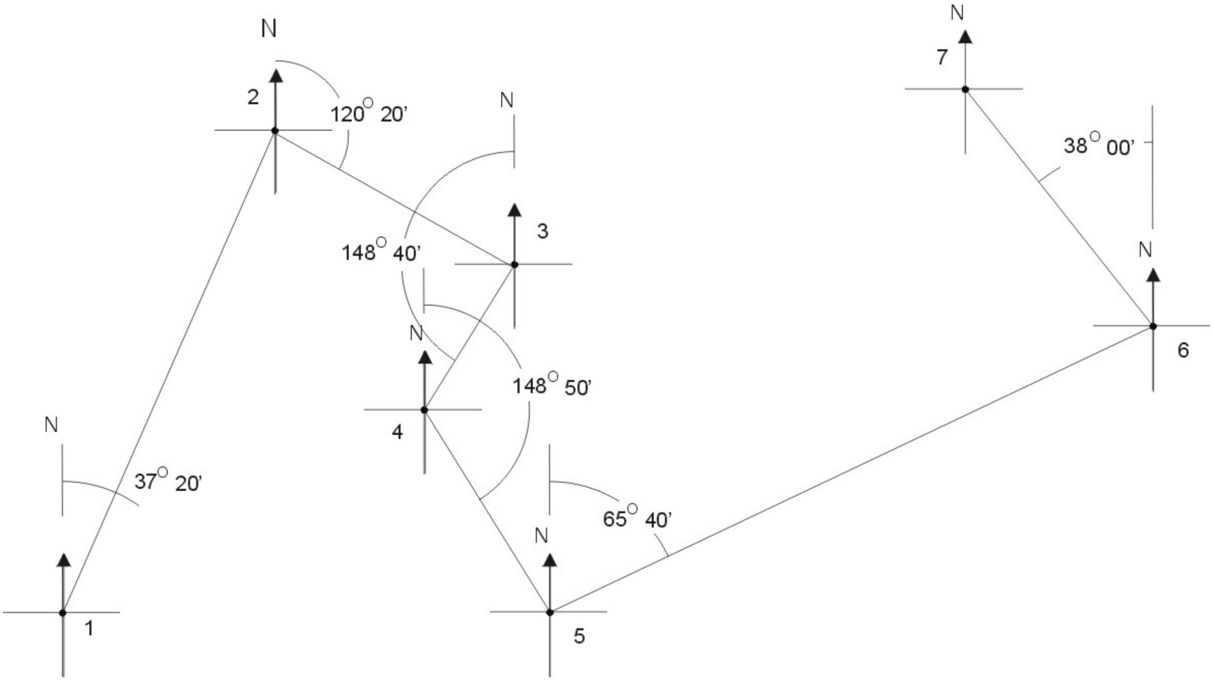


Figura 6-4

4) - Dados os rumos vante das linha da tabela abaixo, encontrar os azimutes a vante e a ré, à direita. Desenhar os gráficos para cada linha.

LINHA	RUMO	AZIMUTE À DIREITA	
		VANTE	RÉ
AB	31°10'NW		
BC	12°50'SW		
CD	00°15'SE		
DE	88°50'NE		
EF	00°10'NE		

5) - O azimute à direita de CD é 189°30' e o rumo de ED é 08°10'SE. Calcular o ângulo CDE, medido com sentido à direita, isto é, no sentido horário.

6) - O rumo de 6-7 é 88°05'SW, o rumo de 7-8 é 86°55'NW. Calcular o ângulo à direita na estaca 7.

7) - Completar a tabela abaixo:

LINHA	RUMO		AZIMUTE À DIREITA	
	VANTE	RÉ	VANTE	RÉ
A-B			332°12'	
B-C		10°18'NW		
C-D				
D-E				
E-F	40° 02' NE			
F-G				18° 47'

8) - Calcular os rumos e determinar o erro de fechamento angular do polígono pelos rumos calculados e pela somatória dos ângulos internos. Desenhar o esquema para cada ponto.

ESTACA	PONTO VISADO	ÂNGULO À DIREITA	RUMO CALCULADO
2	1 3	 86° 07’	 15° 32’NE
3	2 4	 175° 10’	
4	3 5	 143° 58’	
5	4 6	 108° 45’	
6	5 7	 247° 12’	
7	6 8	 78° 53’	
8	7 9	 121° 08’	
9	8 10	 267° 33’	
10	9 11	 88° 13’	
11	10 1	 82° 47’	
1	11 2	 220° 11’	

CAPÍTULO 7

MAGNETISMO TERRESTRE

7.1 – MAGNETISMO TERRESTRE

7.1.1 - DECLINAÇÃO MAGNÉTICA:

A direção para onde aponta a agulha imantada varia no correr dos tempos. Para estudar essa variação, escolheu-se como linha de comparação o meridiano geográfico que passa pelo eixo vertical de rotação da agulha.

O ângulo formado entre os dois meridianos, geográfico e magnético, chama-se declinação magnética, que é ocidental quando contada do meridiano geográfico para oeste (W), e oriental quando contada para leste (E). A declinação magnética é sempre medida na ponta NORTE e sempre do NORTE VERDADEIRO (NV) para o NORTE MAGNÉTICA (NM). Inverter qualquer sentido é errado.

Até o momento, quando falamos em rumos ou azimutes não especificamos a sua referência, a partir do Norte Verdadeiro (NV) ou Norte Magnético (NM).

Quando o rumo é medido a partir da direção NORTE/SUL Verdadeiro ou geográfica, o rumo é verdadeiro (RV); quando medido a partir da direção NORTE/SUL magnética, o rumo é magnético.

As variações de declinação podem ser assim discriminadas:

7.11.1 - GEOGRÁFICA:

A declinação varia com a posição geográfica do lugar que é observada.

O lugar geométrico dos pontos da superfície terrestre que tem o mesmo valor de declinação magnética (DM) para certa data considerada, recebe o nome de LINHAS ISOGÔNICAS. As mesmas têm direção aproximada NORTE/SUL, ou seja, a DM varia em função da longitude considerada.

Para o Brasil a DM varia de $-21,5^{o}$ p/ W na região nordeste até + 3^{o} p/ E no Estado do Acre.

A linha do mapa isogônico que liga os pontos de declinação magnética nula, ou seja, o NM coincide com o NV recebe no nome de LINHA AGÔNICA.

7.1.1.2 - SECULAR:

No decorrer dos séculos, o norte magnético desloca-se para oeste e depois para leste. Observou-se na França em Paris, que em 1580 a declinação magnética era de 9^o oriental (E); diminuiu, sucessivamente, até ser nulo em 1.663; daí por diante passou a ser ocidental (W). Caminhou para o ocidente até 1.814, atingindo o valor de $22^o30'$ voltando novamente para Leste (E).

Existem outras variações que afetam a declinação, todas elas, porém, de valor numérico muito reduzido, sendo levadas em conta em trabalhos de grande precisão:

- VARIAÇÕES DIURNAS: Seguem uma determinada lei, apresentando valores bem sensíveis. Atinge os maiores valores em julho e dezembro, por ocasião dos solstícios, verificando-se que o maior valor é obtido em junho.

Há declinações magnéticas diferentes para diferentes horas do dia. Essas diferenças são muito reduzidas sendo que as maiores atingem cerda de 3', porém, na maior parte dos casos, não alcançam um minuto.

- VARIAÇÕES LOCAIS: São perturbações da declinação, motivadas por circunstâncias locais, tais como a presença de minérios de ferro (magnetita, eligisto), linhas de transmissão e por alguns vegetais (pau d'alho).

- VARIAÇÕES ACIDENTAIS: São provocadas por tempestades magnéticas, em decorrência de manchas solares.

No Brasil imprimem-se os Anuários do Observatório Nacional. A carta isogônica que anexamos é do ano de 1990,00, isto é, de primeiro de janeiro de 1.991. O sinal negativo significa que a declinação magnética é para oeste (W) e o sinal positivo para leste (E).

Existe também uma carta denominada MAPA ISOPÓRICO que é o lugar geométrico dos pontos de superfície da terra que tem a mesma variação de declinação magnética, ou seja, mesma velocidade anual de deslocamento da agulha imantada.

Vejamos os exemplos:

EXEMPLO 1

O rumo verdadeiro de AB = 45^o 00' NE.

A declinação magnética (DM) é de 10^o para oeste (W). Qual o rumo magnético (RM) da linha AB.

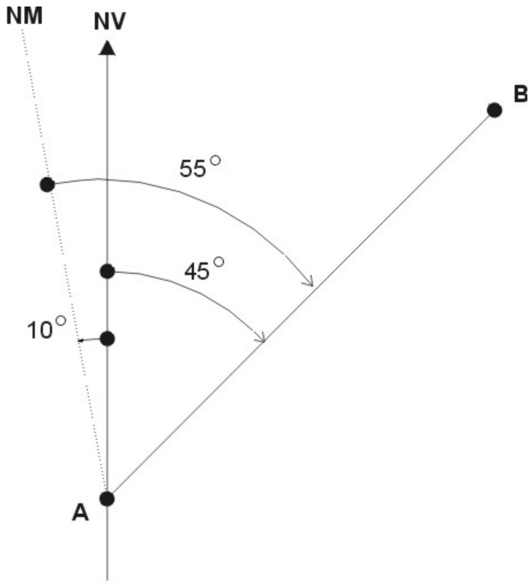


Figura 7-1

EXEMPLO 2

De um mapa isogônico determinou-se que a DM de certo local para certa data era de -14^o. Do mapa isopórico tirou-se que para o mesmo local a variação da DM era -10^o 30' para a mesma data. Interpretar estes valores.

RESOLUÇÃO:

a)- DM = - 14^o significa DM = 14^o para oeste (W).

b)- ΔDM = -10^o 30' significa ΔDM = 10^o 30' para oeste (W)

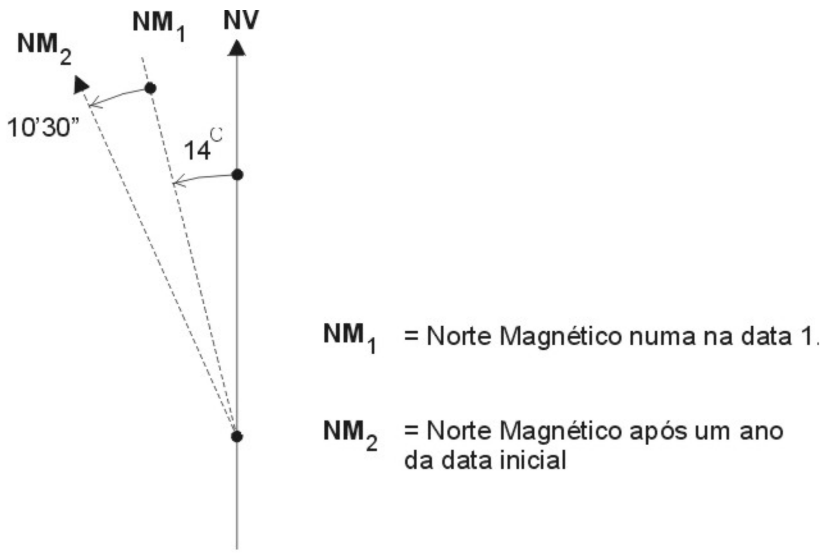


Figura 7-2

Portanto, com a ajuda dos mapas isogônicos e isopóricos podemos determinar a DM e a variação da DM e, qualquer lugar e numa determinada data.

Por esta razão, a DM deve sempre que possível figurar nas plantas, nas quais, OBRIGATORIAMENTE deverá constar a DATA em que foi feita a medição, para que se possa, desta forma, desde que se conheça a DM, a variação anual e a data do levantamento, determinar-se o Rumo ou Azimute Magnético de uma linha em outra data qualquer. Também se utilizando estes valores podemos determinar o Azimute Verdadeiro da linha considerada.

7.1.2 - AVIVENTAÇÃO DE RUMOS:

É a operação que se faz para determinar em data mais recente, os rumos dos alinhamentos de um levantamento feito em data anterior.

Para tanto devemos utilizar informações sobre a DM e a variação da DM extraídas dos mapas isogônicos e isopóricos respectivamente.

Na prática, várias situações podem ocorrer, tais como:

a) - A planta apresenta rumos magnéticos e deseja-se calcular o rumo verdadeiro, sendo que se dispõe da declinação magnética (DM).

b) - A planta apresenta rumos magnéticos em uma data qualquer e para aviventá-los, dispõe-se de valores de declinações magnéticas em épocas diferentes.

c) - A planta apresenta rumos magnéticos e deseja-se calcular o rumo verdadeiro, conhecendo-se a declinação magnética em uma data qualquer e a variação anual.

d) - A planta apresenta o rumo verdadeiro e deseja-se aviventar o magnético, conhecendo-se a declinação magnética em determinada data e a variação anual.

EXERCÍCIOS:

1) - O Rumo Magnético (RM) de uma linha (A-B) era igual a 35^o 20’ NW em 1^o. de outubro de 1.973. Determinar o Rumo Magnético desta mesma linha em 1^o. de abril de 1.996.

RESOLUÇÃO:

a) Localizar num mapa geográfico o ponto (A) da linha (A-B) e determinar as suas coordenadas geográficas:

Para o ponto (A) tem-se: - Longitude = 40^o 30’ W_G.

- Latitude = 05^o 00’ S.

b) Interpolar as coordenadas geográficas do ponto (A) nos mapas isogônicos e isopóricos, locando-o assim nos dois mapas. Observar que os mapas são de 1^o. de janeiro de 1.966 (1965,00).

c) Determinar por interpolação gráfica a DM do ponto (A) no mapa isogônico da seguinte maneira:

c.1) Pelo ponto (A), locado no mapa isogônico, traçar uma linha que seja aproximadamente perpendicular às linhas isogônicas mais próximas. Para o caso do exemplo teríamos a seguinte situação no mapa (Figura 7-3):

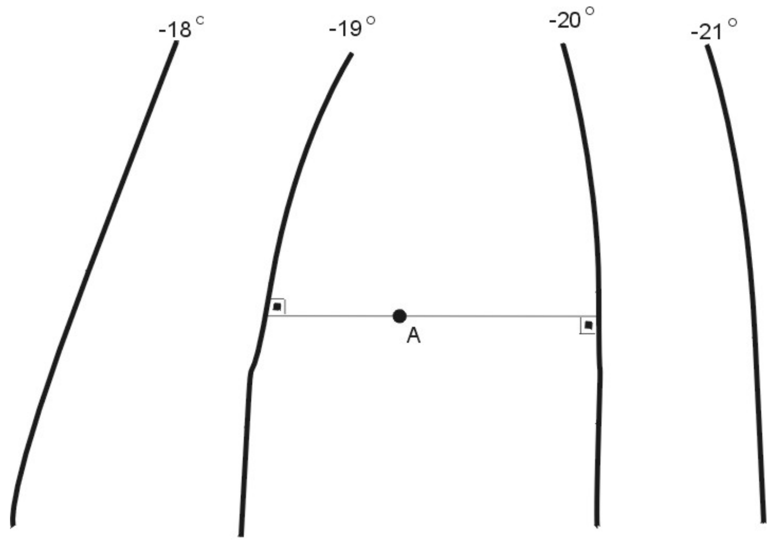


Figura 7-3

c.2) Divide-se este alinhamento em 10 partes iguais (Figura 7-4).

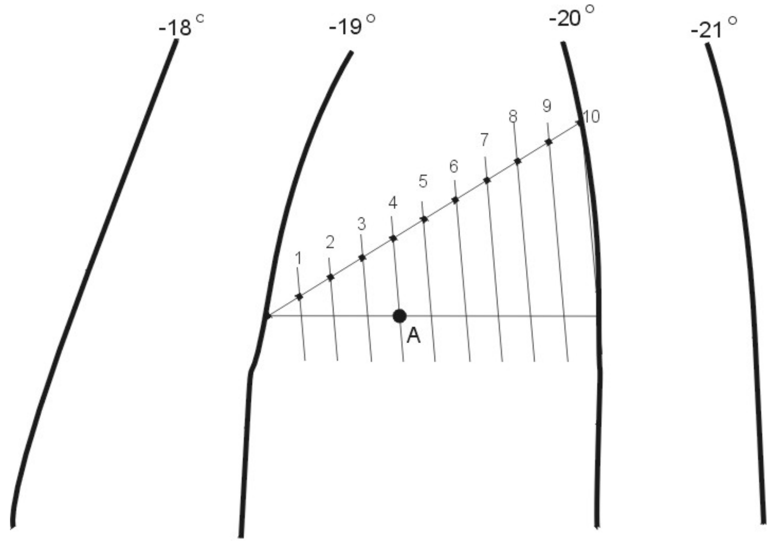


Figura 7-4

c.3) Como o ponto (A) está na 4ª. parte do segmento, teremos:

$$\boxed{DM_{(A)} = -19^o - \frac{4}{10} \times 60' = -19^o 24'}$$

como o sinal é negativo, concluímos que a DM do ponto (A) em 1o. de janeiro de 1.966 (1.965,00), data do mapa utilizado era igual a:

$$\boxed{DM_{(A)} = 19^{o}24' \, para \cdot Oeste \cdot (W) \cdot em \cdot 1.965{,}00}$$

d) Determinar por interpolação a variação da DM no ponto (A) no mapa isopórico da mesma maneira que se fez para obtenção da DM no mapa isogônico, conforme demonstrado na Figura 7-5:

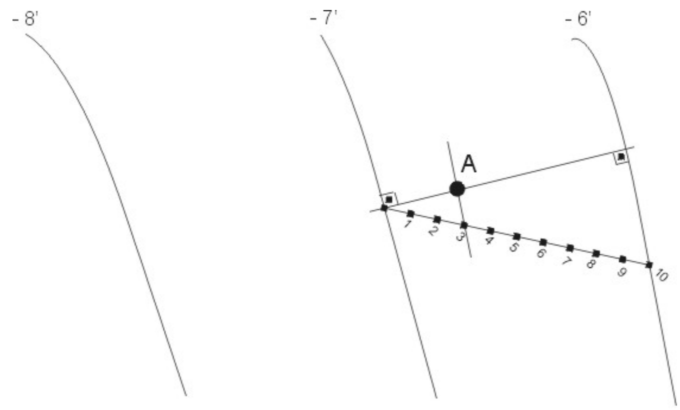


Figura 7-5

Portanto, a variação da DM será:

$$\boxed{\Delta DM_{(A)} = -6' - 7 \times \frac{60''}{10} = -6'42''}$$

O sinal negativo implica que a variação é para Oeste (W), ou seja, em 1o. de janeiro de 1.966 (1.965,00) a agulha imantada da bússola no ponto (A) apresentava um deslocamento de (6’ 42”) para Oeste (W) por ano.

Portanto:

$$\boxed{\Delta DM = 6'42'' \cdot para \cdot Oeste \cdot (W) / ano}$$

e) Com os dados fornecidos pelo problema e com os dados coletados nos mapas magnéticos, passamos aos cálculos definitivos.

Resumos dos dados:

RM(A-B) = 35^{o} 20’ NW (1.972,75).

RM(A-B) = ? (1.995,25).

DM(A)= 19^{o} 24’ / W (1.965,00).

ΔDM(A) = 6’42” W/ano (1.965,00).

f) Esquematizando graficamente os dados relacionados no item anterior:

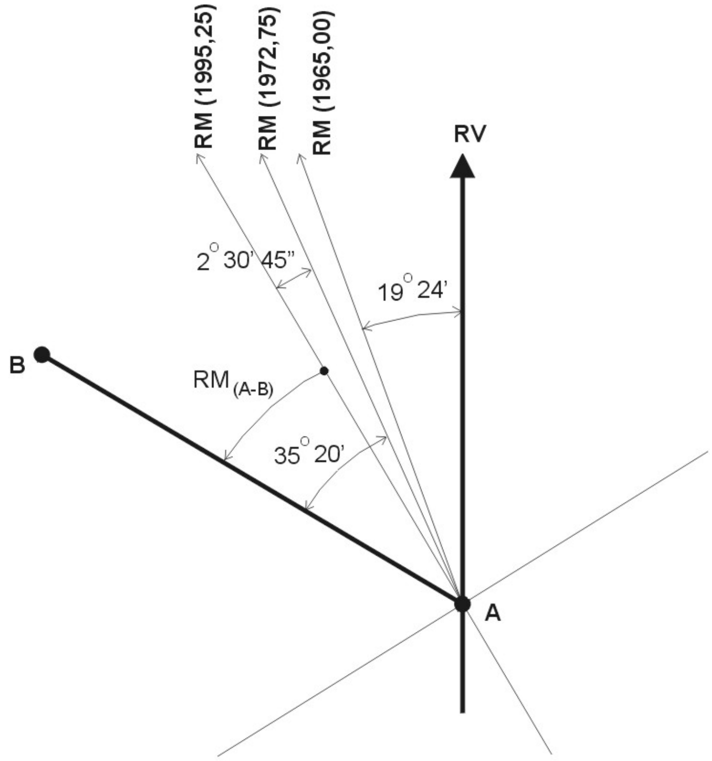


Figura 7-6

Desenhamos o NM (1.995,25) à Oeste do NM (1.975,75) porque em 1.965,00 a variação da DM era para oeste, logo o NM (1.995,25) só pode estar também a Oeste do NM (1.972,75).

Logo, basta determinarmos o ângulo (α) para solucionarmos o problema:

g) Determinação do ângulo (α):

De (1.972,75) até (1.995,25) teremos uma diferença de: (1.995,25 - 1.972,75 = 22,50 anos.

Como a variação da DM em (A) é de 6'42" para W/ano, teremos a variação total neste intervalo de tempo igual a:

α = 22,50 anos x (6' 42")/ano = 2° 30'45"

Portanto:

$\boxed{\alpha = 2^{o}\ 30'45''}$

h) Portanto o Rumo (A-B) em (1.995,25) será:

$$\boxed{RM_{(A-B)} = (35^o 20') - (2^o 30' 45'') = 32^o 49' 15'' \, NW}$$

EXERCÍCIO 1:

O rumo magnético de uma linha AB foi 56^o 20'SE em 1^o. de abril de 1.953. Achar o rumo magnético da linha em 1$^{o.}$ de outubro de 1.958.

Dados:

- Declinação Magnética (DM) em 1^o de janeiro de 1.952, igual a 12^o 50' para W.

- Declinação Magnética (DM) em 1^o de janeiro de 1.958, igual a 12^o 08' para W.

EXERCÍCIO 2:

O rumo magnético de uma linha CD foi 73^o 10'W em 1$^{o.}$ de junho de 1.954. Determinar o rumo verdadeiro (RV) da linha.

Dados:

- Declinação Magnética (DM) em 1^o de janeiro de 1.951, igual a 01^o 30' para E e pela isopórica correspondente, a variação anual da DM = 6' para W/ano.

EXERCÍCIO 3:

O rumo magnético de uma linha 1-2, foi 35^o 20' NW em 1^o. de julho de 1.956. Determinar:

a) O rumo verdadeiro da linha;

b) O rumo magnético de 1-2 e, 1^o. de outubro de 1.962.

Pelos mapas isogônico e isopórico achamos:

DM em 1^o. de janeiro de 1.955 = 11^o 50' para W.

Variação anual da DM = 6' para E.

EXERCÍCIO 4:

O rumo magnético de uma linha na cidade de São Paulo, era em 1^o de julho de 1.907, equivalente a 42^o 18' SW. Pede-se o rumo verdadeiro da mesma linha.

Consultando o anuário do Observatório Nacional do Rio de Janeiro, verificamos que em São Paulo a declinação magnética teve os seguinte valores:

Em 1.904,20 ....5^o 23'W.

Em 1.910,00 ....6^o 40'W.

CAPÍTULO 8

COORDENADAS CARTESIANAS E POLARES

8.1 - COORDENADAS CARTESIANAS E POLARES

Se tivermos um ponto "A" num plano topográfico (horizontal), a sua situação neste plano pode ser determinada pelos valores "X_a" e "Y_a" ou pelo ângulo "α" e a distância "*d*", constituindo os primeiros as coordenadas retangulares (cartesianas) (Figura 8-1) e os segundos as polares (Figura 8-2).

O eixo horizontal indica as medidas positivas a partir de um ponto zero para Leste (*E*); é chamado de Eixo "*E*", "*x*" ou Eixos das Abscissas.

O eixo vertical indica as medidas positivas a partir de um ponto zero para Norte (*N*); é chamado de Eixo "*N*", "*y*" ou Eixos das Ordenadas.

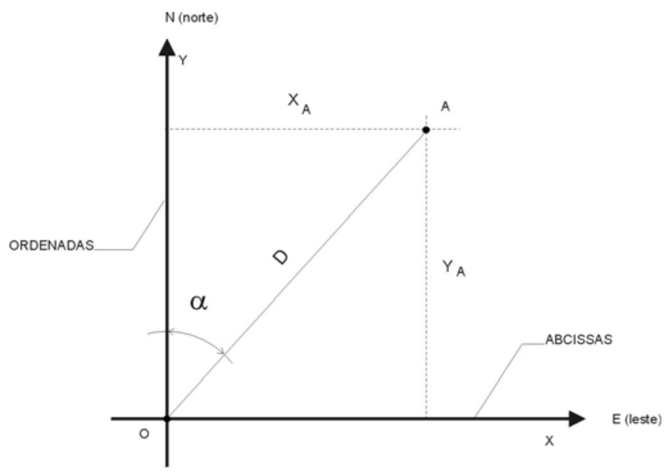


Figura 8-1

8.1.1 - COORDENADAS POLARES:

Se tivermos um ponto "*O*" no plano e uma direção de referência "*OY*" (coincidente ou não com os eixos cartesianos) que passa por ele, qualquer outro ponto "*A*" do plano é determinado pelo ângulo que a direção "*OA*" forma com a referência e a distância "*d*" existente entre "*O*" e "*A*"; estes dois valores, ângulo "α" e a distância "*d*", constituem as coordenadas polares do ponto "*A*" e medem-se diretamente no terreno.

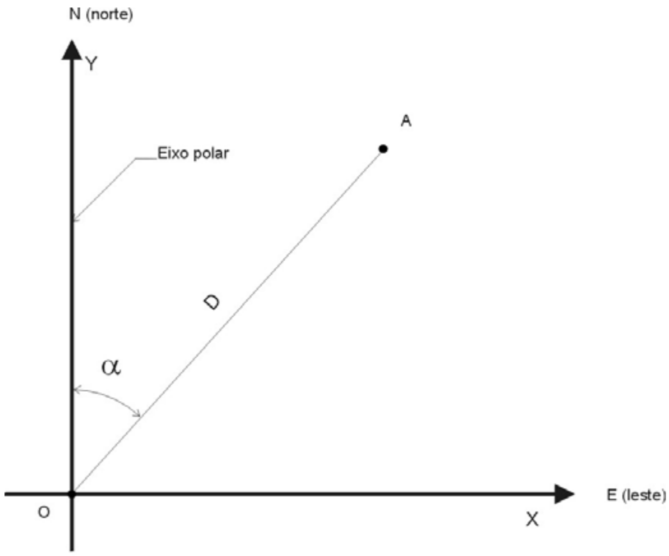


Figura 8-2

Ao ponto "*O*", chama-se pólo, e também centro de irradiação, e à direção de referência "eixo polar".

8.1.2 - COORDENADAS RETANGULARES:

Se tivermos um sistema cartesiano (eixos perpendiculares num plano), qualquer ponto "*A*" do mesmo é determinado pelas suas projeções "*Xa*" e "*Ya*" sobre os eixos, sendo "*Xa*" a abscissa e "*Ya*" a ordenada.

A origem "O" divide ambos os eixos em dois segmentos; e os eixos dividem o plano em quatro (4) quadrantes, conforme figura 8-3.

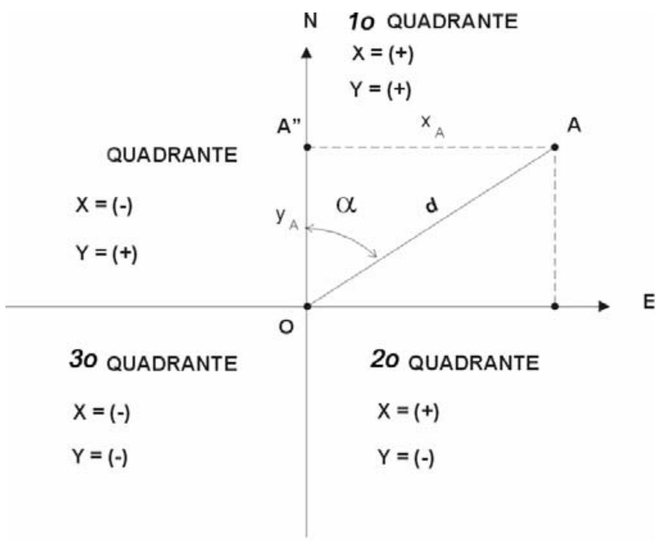


Figura 8-3

Do triângulo OAA" deduz-se:

$$\boxed{x_A = d \times \operatorname{sen} \alpha}$$

$$\boxed{y_A = d \times \cos\alpha}$$

Fórmulas que nos servem para calcular as coordenadas retangulares ou cartesianas de um ponto do plano, em função das polares correspondentes.

8.1.3 - COORDENADAS RELATIVAS E ABSOLUTAS:

Normalmente, num levantamento topográfico não se pode fazer o levantamento de todos os pontos a partir de uma só estação, mas o levantamento de um ponto com o "*C*" tem de ser feito a partir de um ponto "*B*" cujas coordenadas tenham sido previamente calculadas.

Calcula-se primeiramente as coordenadas do ponto "*B*" aplicadas a esses eixos. Mas para achar as de "*C*" temos de agir do seguinte modo: Supõe-se traçado por "*B*" um sistema de eixos paralelos ao geral que passa por "*A*". Calculam-se as coordenadas denominadas parciais ou relativas de "*C*", em relação a "*B*".

As coordenadas de "*C*" em relação a "*A*", denominada absolutas, obtêm-se somando algebricamente às absolutas de "*B*" às relativas de "*C*" em relação a "*B*". As coordenadas absolutas de "*C*" representam-se por "X_c" e "Y_c" (Figura 8-4).

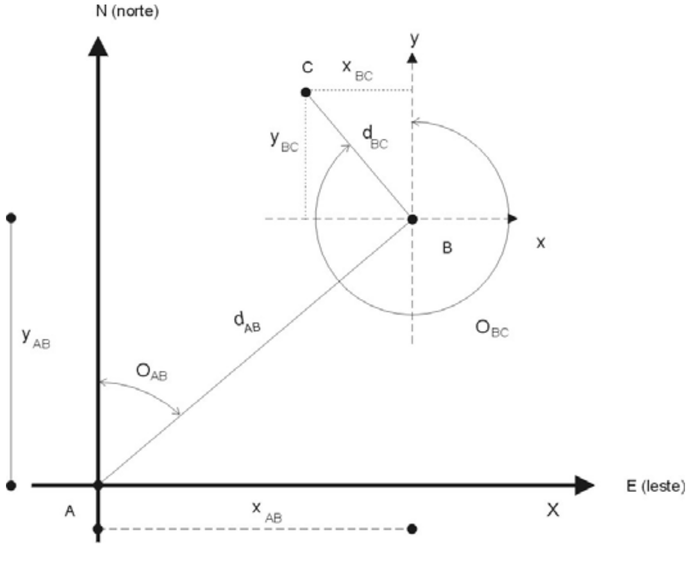


Figura 8-4

Onde:

O_{AB} = 50º
O_{BC} = 330º
d_{AB} = 100,00 metros.
d_{BC} = 42,00 metros.

8.1.4 - CONVERSÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS A POLARES:

Freqüentemente surge um topografia o problema de, dados dois pontos pelas suas coordenadas cartesianas, calcular a orientação da reta que os une e a distância reduzida que os separa.

8.1.4.1 - ORIENTAÇÃO ENTRE DOIS PONTOS DADOS POR COORDENADAS:

Como norma geral, para evitar confusões, deve-se utilizar sempre o rumo da linha (Figura 8-5).

o valor do rumo acha-se sempre, em valor absoluto, pela fórmula:

$$\boxed{tg\alpha = \frac{\Delta_x}{\Delta_y}}$$

onde: α = rumo da linha

$$\Delta_x = X_B - X_A$$

$$\Delta_y = Y_B - Y_A$$

Portanto:

$$\boxed{\textbf{rumo = arctg } \frac{\Delta_x}{\Delta_y}}$$

O valor obtido nos fornece apenas o valor numérico do rumo. Para se obter o quadrante, observar quadro abaixo que apresenta também a conversão de rumo para azimute:

$\Delta_x > 0$	$\Delta_y > 0$	1°. QUADRANTE =	NE	Azimute = Rumo
$\Delta_x > 0$	$\Delta_y < 0$	2°. QUADRANTE =	SE	Azimute = 180º - Rumo
$\Delta_x < 0$	$\Delta_y < 0$	3°. QUADRANTE =	SW	Azimute = 180º + Rumo
$\Delta_x < 0$	$\Delta_y > 0$	4°. QUADRANTE =	NW	Azimute = 360º - Rumo

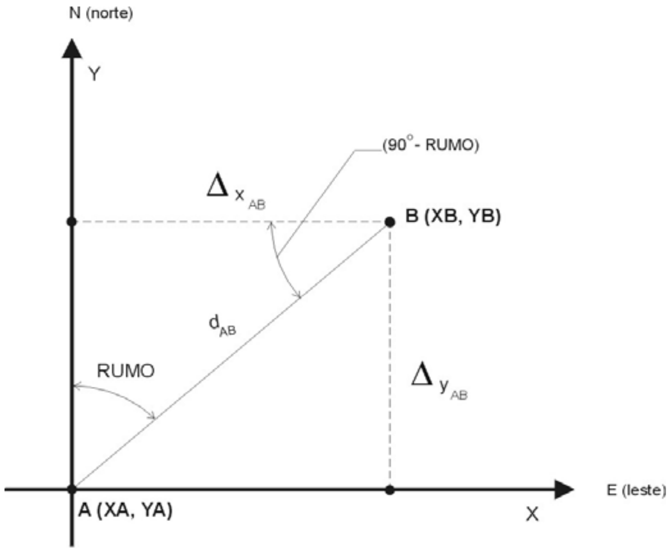


Figura 8-5

8.1.4.2. DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS DADOS POR COORDENADAS

a. LEI DOS SENOS:

$$\boxed{\frac{d_{AB}}{1} = \frac{\Delta_{X_{AB}}}{\operatorname{sen}(rumo)} = \frac{\Delta_{Y_{AB}}}{\operatorname{sen}(90^\circ - rumo)}}$$

b. LEI DOS COSSENOS (PITÁGORAS).

$$\boxed{d_{AB} = \sqrt{\Delta^2_{X_{AB}} + \Delta^2_{Y_{AB}}}}$$

CAPÍTULO 9

POLIGONAL FECHADA - CÁLCULOS

9.1. CÁLCULO ANALÍTICO DE UMA POLIGONAL FECHADA POR CAMINHAMENTO:

É uma poligonal em que o último vértice coincide com o primeiro, formando um polígono.

A poligonal fechada, também chamada de poligonal principal ou de apoio, pois dela sairão as poligonais secundárias e as amarrações dos detalhes.

O levantamento de campo consiste em medir todos os lados que limitam a poligonal, cuja área deseja-se calcular, assim como todos os ângulos formados pelas interseções dos lados. Deve-se medir também, o rumo ou azimute de pelo mentos um dos lados da poligonal.

As distâncias poderão ser medidas utilizando-se:
- ♦ - método taqueométrico;
- ♦ - trigonometria;
- ♦ - trena aferida;
- ♦ - distanciômetro eletrônico.

O ângulo medido deverá ser verificado em campo. Em hipótese alguma se admite a leitura isolada de um ângulo sem a respectiva verificação que pode ser efetuada por:

9.1.1. - FECHAMENTO EM 360º.

Consiste em medir o ângulo horário e o seu respectivo replemento (Figura 9-1).

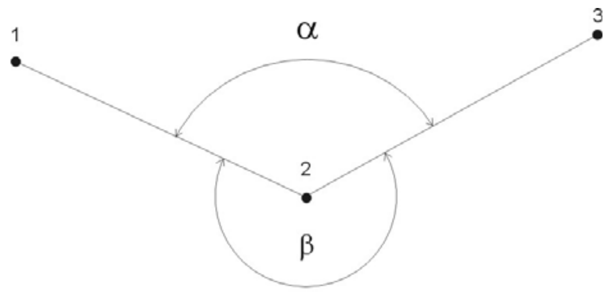


Figura 9-1

<u>Procedimento:</u>

Com o instrumento em “2” zerado em “1” (ré), visa-se o ponto “3” (vante), lendo-se o ângulo α.

Com o instrumento em “2” zerado em “3” (vante), visa-se o ponto “1” (ré), lendo-se o ângulo β.

A soma de $\alpha + \beta$ teoricamente deve ser 360°. No entanto devido a erros alheios a vontade do operador, a soma fica bem próximo de 360°.

Considerando que o erro foi cometido nas duas leitura pode-se obter o ângulo compensado da seguinte forma:

Subtraindo do ângulo α metade do erro se a soma de $(\alpha + \beta)$ for superior a 360°.

Somando-se ao ângulo α metade do erro se a soma de $(\alpha + \beta)$ for inferior a 360°.

Exemplo:

E	ANGULO LIDO	DISTÂNCIA HORIZONTAL	CROQUI
RÉ	FECHAMENTO		
PV	MÉDIA		
2	123° 18’ 16”	35,436	
1	236° 41’ 40”		
3	123° 18’ 18”		

α = 123° 18’ 16” (ângulo à direita).
β = 236° 41’ 40” (replemento).
$\alpha + \beta$ = 359° 59’ 56”

Como o instrumento permite uma leitura direta de 6” o erro pode ser admitido.

O ângulo compensado será:

$$\boxed{\bar{\alpha} = \alpha + \frac{1}{2} erro}$$

onde:

$$\boxed{erro = 360^\circ - (\alpha + \beta)}$$

Calculando-se: $erro$ = 360° - 359° 59’ 56” = 4”.

$\bar{\alpha}$ = 123° 18’ 16” + 2” = 123° 18’ 18”.

9.1.2. - REPETIÇÃO:

Consiste em repetir a leitura do ângulo, isto é, efetuar a leitura do ângulo duas vezes (Figura 9-2).

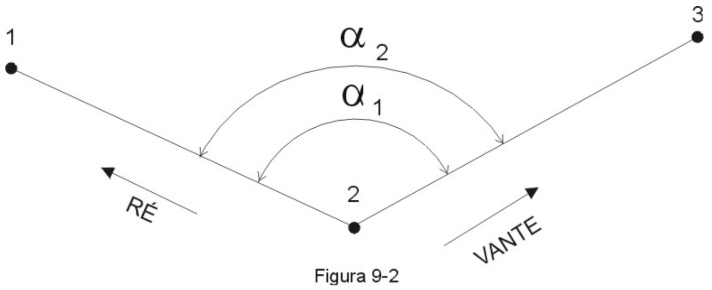


Figura 9-2

A média do ângulo será:

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

9.1.3. - ÂNGULO DUPLO:

Consiste em medir o ângulo repetindo a leitura com o valor do ângulo lido registrado no limbo do instrumento na visada de ré. Desta forma, o segundo ângulo será o dobro do primeiro (teoricamente).

Se aceita uma diferença entre as leituras, igual a menor leitura do aparelho utilizado para a medida (Figura 9-3).

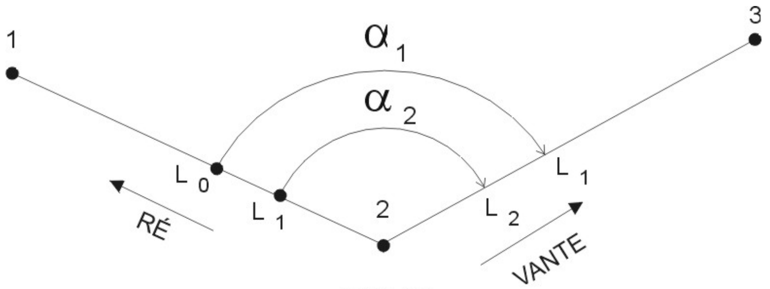


Figura 9-3

$$\alpha_1 = L_1 - L_0$$

$$\alpha_2 = L_2 - L_1$$

Onde:

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

9.1.4. - REITERAÇÃO:

Consiste em medir o ângulo em posições diferentes do limbo e em ambas as posições do instrumento. Tal procedimento permite atenuar o erro instrumental e de graduação do limbo (Figura 9-4).

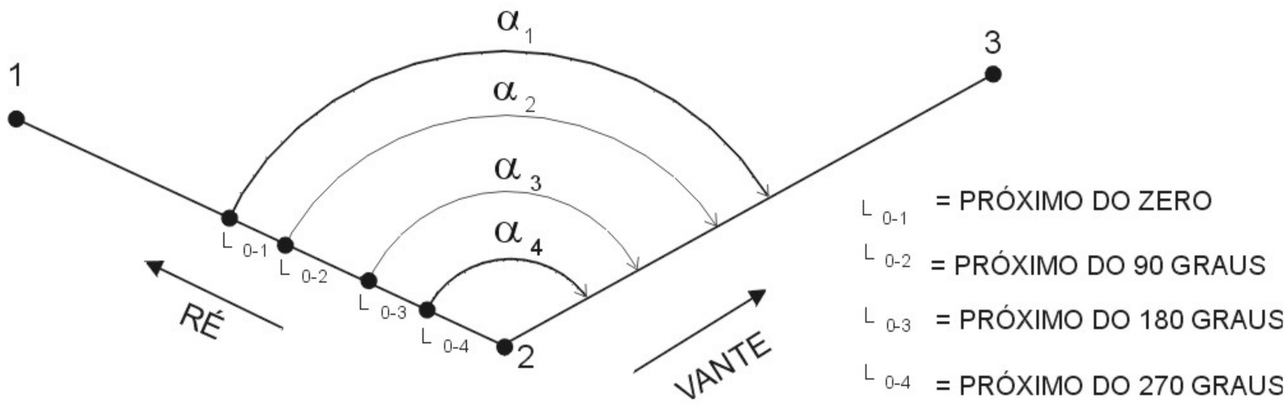


Figura 9-4

9.1.5. SEQÜÊNCIA DE CÁLCULOS DA PLANILHA:

Para a demonstração da seqüência de cálculos, resolveremos paralelamente um exemplo a seguir:

Seja o levantamento dado pela PLANILHA 9.1.5, calcular e determinar a área da poligonal com o respectivo desenho da área.

DADOS DE CAMPO:

SERVIÇO:
FAZENDA:
PROPRIETÁRIO:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
EST.	P.V.	ANGULO HORIZONTAL À DIREITA		ÂNGULO	AZIMUTE	DISTÂNCIA
		SIMPLES	DOBRADO	MÉDIO		(m)
	7					
1	2	59° 19’ 20”	118° 38’ 50”	59° 19’ 25”	40° 10’ 00”	878,10
	1					
2	3	211° 49’ 00”	63° 37’ 50”	211° 48’ 55”		439,60
	2					
3	4	74° 42’ 40”	149° 25’ 20”	74° 42’ 40”		702,65
	3					
4	5	198° 11’ 00”	36° 22’ 20”	198° 11’ 10”		385,75
	4					
5	6	60° 50’ 00”	121° 39’ 50”	60° 49’ 55”		607,90
	5					
6	7	169° 49’ 20”	339° 38’ 50”	169° 49’ 25”		611,95
	6					
7	1	125° 19’ 00”	250° 38’ 20”	125° 19’ 10”		894,50

OPERADOR: INSTRUMENTO UTILIZADO:

OBSERVAÇÕES:

PLANILHA 9.1.5

NOTAS:

(1) PONTOS ONDE ESTACIONAMOS O TEODOLITO.
(2) PONTOS DE RÉ PARA VANTE NO SENTIDO HORÁRIO.
(3) LEITURA DO ÂNGULO SIMPLES ($\alpha_1 = L_1 - L_0$). Para $L_0 = 0^o \Rightarrow \alpha_1 = L_1$
(4) LEITURA DO ÂNGULO DOBRADO ($\alpha_2 = L_2 - L_1$).
(5) DETERMINAÇÃO DO ÂNGULO HORIZONTAL MÉDIO ($\overline{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$).
(6) COLUNA DOS AZIMUTES OU RUMOS.
(7) COLUNA DAS DISTÂNCIAS.

9.1.5.1. DETERMINAÇÃO DO ERRO DE FECHAMENTO ANGULAR (Efa):

Após a leitura dos ângulos à direita da poligonal (internos ou externo), faz-se uma verificação do fechamento angular.

ÂNGULOS HORÁRIOS MÉDIOS
59° 19' 25"
211° 48' 55"
74° 42' 40"
198° 11' 10"
60° 49' 55"
169° 49' 25"
125° 19' 10"
900° 00' 40"

Os valores teóricos são dados pelas fórmulas abaixo:

a - Para ângulos internos (A_i):

$$\boxed{\sum A_i = 180^\circ (n-2)}$$

onde: n = número de vértices da poligonal

b - Para ângulos externos (A_e):

$$\boxed{\sum A_e = 180^\circ (n+2)}$$

onde: n = número de vértices da poligonal

Para o exemplo, temos ângulos internos à direita, onde n = 7.

$$\boxed{\sum A_i = 900^o\ 00'\ 00''}$$

Calculando-se erro de fechamento angular (Efa):

$$Efa = 900^o\ 00'\ 40'' - 900^o\ 00'\ 00''$$

Portanto:

$$\boxed{Efa = 40''}$$

Como o aparelho utilizado é da marca TOP CON com precisão angular de 20” tem-se que o erro de fechamento angular admissível é dado pela fórmula:

$$\boxed{\overline{Efa} = m\sqrt{n}}$$

onde m = 20” (precisão angular do aparelho).
n = 7 (número de vértices da poligonal).

Portanto:

$$\boxed{\overline{Efa} \cong \mathbf{53''}}$$

Como Efa < $\overline{Efa}$ o levantamento satisfaz o fechamento angular.

Corrigindo-se os ângulos onde indicado na tabela a seguir, tem-se:

EST.	**ÂNG. À DIREITA**	**CORREÇÃO**	**ÂNG. DIREITA CORRIGIDO**
1	59° 19’ 25”	- 5”	59° 19’ 20”
2	211° 48’ 55”	-15”	211° 48’ 40”
3	74° 42’ 40”	0”	74° 42’ 40”
4	198° 11’ 10”	0”	198° 11’ 10”
5	60° 49’ 55”	-15”	60° 49’ 40”
6	169° 49’ 25”	-5”	169° 49’ 20”
7	125° 19’ 10”	0”	125° 19’ 10”
$\sum$	**900° 00’ 10”**	**-40”**	**900° 00’ 00”**

9.1.5.2 - DETERMINAÇÃO DOS AZIMUTES:

Para o cálculo dos azimutes a partir dos ângulos à direita, procede-se da seguinte maneira:

Parte-se do azimute da linha 1-2;

Calcula-se a deflexão (d) em 2.

$$\boxed{d = \text{ângulo à direita} \; \mathbf{- 180^{o}}}$$

- Para obter-se o azimute do alinhamento 2-3, soma-se ao azimute de 1-2 a deflexão (d) em 2.

Procede-se assim para cada vértice do polígono, obtendo-se os respectivos azimutes das linha.

A seguir demonstraremos os cálculos:

AZIMUTE	1 - 2	40°	10'	00"	(1)
	+	211°	48'	40"	(2)
d_2	-	180°	00'	00"	
AZIMUTE	2 - 3	71°	58'	40"	
	+	74°	42'	40"	(3)
d_3	-	180°	00'	00"	
		-33°	18'	40"	(4)
	+	360°	00'	00"	
AZIMUTE	3 - 4	326°	41'	20"	
	+	198°	11'	10"	(5)
d_4	-	180°	00'	00"	
AZIMUTE	4 - 5	344°	52'	30"	
	+	60°	49'	40"	(6)
d_5	-	180°	00'	00"	
AZIMUTE	5 - 6	225°	42'	10"	
	+	169°	49'	20"	(7)
d_6	-	180°	00'	00"	
AZIMUTE	6 - 7	215°	31'	30"	
	+	125°	19'	10"	(8)
d_7	-	180°	00'	00"	
AZIMUTE	7 - 1	160°	50'	40"	
	+	59°	19'	20"	(9)
d_1	-	180°	00'	00"	
AZIMUTE	1 - 2	40°	10'	00"	

NOTAS
(1) Azimute inicial medido no campo.
(2) Ângulo à direita em 2.
(3) Ângulo à direita em 3.
(4) Como o azimute negativo, soma-se 360°.
(5) Ângulo à direita em 4.
(6) Ângulo à direita em 5.
(7) Ângulo à direita em 6.
(8) Ângulo à direita em 7.
(9) Ângulo à direita em 1.

9.1.5.3 - TABELA DE CAMPO:

Com os dados obtidos, prepara-se uma tabela com os alinhamentos, seus azimutes (ou rumos) e distâncias para seqüências dos cálculos analíticos.

Portanto:

LINHAS	AZIMUTES	DISTÂNCIAS
1-2	40° 10' 00"	878,10
2-3	71° 58' 40"	439,60
3-4	326° 41' 20"	702,65
4-5	344° 52' 30"	385,75
5-6	225° 42' 10"	607,90
6-7	215° 31' 30"	611,95
7-1	160° 50' 40"	894,50
SOMA	**-**	**4.520,45**

9.1.5.4. CÁLCULO DAS COORDENADAS PARCIAIS (x, y)

Utilizando-se o conceito de coordenadas polares, calcula-se para cada alinhamento as suas coordenadas relativas a um sistema cartesiano local localizado no primeiro ponto do alinhamento (Figura 9-5).

Portanto, para o alinhamento 1-2 tem-se:

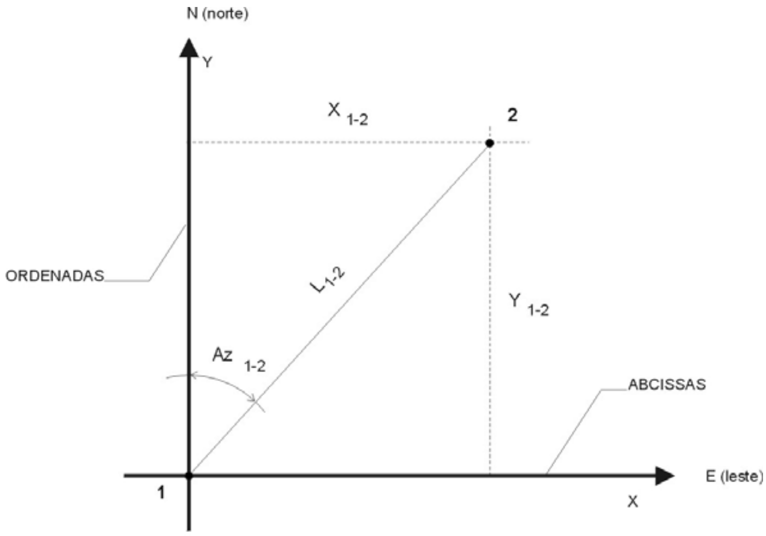


Figura 9-1

$$\boxed{x_{1-2} = l_{1-2} \times \operatorname{sen}(Az_{1-2})}$$

e

$$\boxed{y_{1-2} = l_{1-2} \times \cos(Az_{1-2})}$$

Analogamente para todos os alinhamento obtém-se a tabela a seguir:

LINHA	AZIMUTE	DISTÂNCIA	COORDENADAS PARCIAIS			
			X		Y	
			E(+)	W(-)	N(+)	S(-)
1-2	40° 10' 00"	878,10	566,386		671,019	
2-3	71° 58' 40"	439,60	418,032		136,006	
3-4	326° 41' 20"	702,65		385,885	587,205	
4-5	344° 52' 30"	385,75		100,652	372,387	
5-6	225° 42' 10"	607,90		435,090		424,546
6-7	215° 31' 30"	611,95		355,579		498,043
7-1	160° 50' 40"	894,50	293,516			844,973
SOMA		**4.520,45**	**1.277,934**	**1.277,206**	**1.766,617**	**1.767,562**

9.1.5.5. CÁLCULO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR ABSOLUTO (Ef)

A soma dos valores x para leste (E) resultou 1.277,934 metros, enquanto que a soma dos valores x para oeste (W) foi de 1.277,206 metros. Isto significa que, partindo da estaca "1", andando 1.277,934 metros para lesta e voltando (para oeste) apenas 1.277,206 metros, não voltamos até a estaca de origem ("1"), mas paramos a uma distância de 0,728 metros deste ponto. O erro cometido no eixo x recebe o nome de erro em x (ex). Analogamente para os valores y obtemos o valor do erro em y (ey) igual a 0,945 metros (Figura 9-6).

Logo:

a - Erro em x:

$$\boxed{ex = \left|\sum E - \sum W\right|}$$

ex = 0,728 m.

b - Erro em y:

$$\boxed{ey = \left|\sum N - \sum S\right|}$$

ey = 0,945 m.

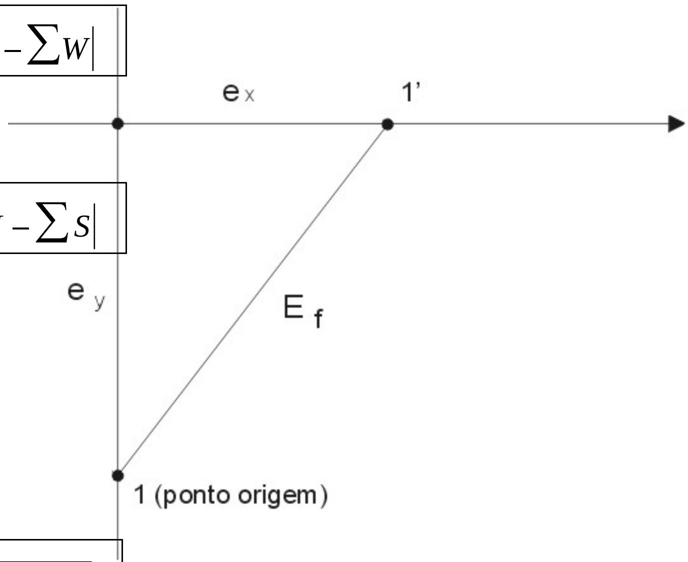


Figura 9-6

Com os valores ex e ey, por PITÁGORAS, calculamos o erro de fechamento linear absoluto (Ef).

Portanto:

$$\boxed{Ef = \sqrt{ex^2 + ey^2}}$$

Calculando-se:

Ef = 1,193 m

<u>9.1.5.6. CÁLCULO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR RELATIVO (M)</u>

Para que tenhamos uma idéia da precisão do levantamento topográfico realizado, será necessário determinarmos o erro de fechamento linear relativo (M). Este erro compara o erro absoluto (Ef) com o perímetro (P), conforme relacionado a seguir:

$Ef \rightarrow P$

$1{,}00\ m \rightarrow M$

Portanto:

$$\boxed{M = \frac{P}{Ef}}$$

Para o exemplo:

P = 4.520,45 m

Ef = 1,193 m

Logo:

$M \cong$ 3.789

O erro relativo cometido foi de 1 : 3.789 , ou seja, o erro foi de 1,00 metros para cada 3.789 metros de perímetro.

Quando se fazem levantamentos de poligonais com medidas obtidas com diastímetros (trena de aço ou corrente) e medidas de ângulos com trânsito (aparelhos capazes de ler até um minuto sexagesimal), a tolerância de erro de fechamento linear relativo é de 1 : 1.000. Para poligonais levantadas com bússola, com a corrente de agrimensor, a tolerância é em geral maior, ou seja 1 : 500. Para estações totais, os erros de fechamento linear relativo são pequenos, ficando em torno de 1 : 10.000.

9.1.5.7. DISTRIBUIÇÃO DO ERRO DE FECHAMENTO LINEAR:

Quando o erro é superior ao limite aceitável, só resta o recurso de refazer o trabalho total ou parcialmente. Quando, porém, o erro é aceitável, ainda assim, é necessário distribuir este erro, pois não podemos prosseguir no cálculo do polígono enquanto ele não fechar.

Dois sistemas podem ser utilizados. O primeiro as correções devem serem feitas nas abscissas (ou ordenadas) dos lados em função das somatórias das projeções nos eixos das abscissas (ou ordenadas).

Já o segundo leva em consideração o perímetro da poligonal.

Estudaremos no nosso curso apenas o primeiro método, conforme definido nos termos da proporção a seguir:

$\frac{C_{x1-2}}{x_{1-2}} = \frac{ex}{\sum x}$ onde:

C_{x1-2} = É a correção que deve ser feita na abscissa do lado 1-2;

x_{1-2} = É a abscissa do lado 1-2;

ex = É o erro em x;

$\sum x$ = É a soma de todas as abscissas, quer seja para leste (E) ou para oeste (W). Ou seja: $\sum x = \sum E + \sum W$.

Portanto:

$$\boxed{C_{x1-2} = \frac{ex}{\sum x} \times x_{1-2}}$$

Analogamente para o eixo y, temos:

$\frac{C_{y1-2}}{y_{1-2}} = \frac{ey}{\sum y}$ onde:

C_{y1-2} = É a correção que deve ser feita na ordenada do lado 1-2;

y_{1-2} = É a ordenada do lado 1-2;

ey = É o erro em y;

$\sum y$ = É a soma de todas as ordenadas, quer seja para norte (N) ou para sul (S). Ou seja: $\sum y = \sum N + \sum S$.

Portanto:

$$\boxed{C_{y1-2} = \frac{ey}{\sum y} \times y_{1-2}}$$

Para o exemplo tem-se:

Linha	Coordenadas parciais							
	X				Y			
	E(+)	Cx	W(-)	Cx	N(+)	Cy	S(-)	Cy
1-2	566,386	-0,161			671,019	+0,179		
2-3	418,032	-0,119			136,006	+0,036		
3-4			385,885	+0,110	587,205	+0,157		
4-5			100,652	+0,029	372,387	+0,100		
5-6			435,090	+0,124			424,546	-0,114
6-7			355,579	+0,101			498,043	-0,133
7-1	293,516	-0,084					844,973	-0,226
Soma	**1.277,934**	**-0,364**	**1.277,206**	**+0,364**	**1.766,617**	**+0,472**	**1.767,562**	**-0,473**

Cálculos:

Cx_{1-2} = 566,386 × $\frac{0{,}728}{2.555{,}140}$ = 0,161.

Cx_{2-3} = 418,032 × $\frac{0{,}728}{2.555{,}140}$ = 0,119.

Cx_{3-4} = 385,885 × $\frac{0{,}728}{2.555{,}140}$ = 0,110.

Cx_{4-5} = 100,652 × $\frac{0{,}728}{2.555{,}140}$ = 0,029.

Cx_{5-6} = 435,090 × $\frac{0{,}728}{2.555{,}140}$ = 0,124.

Cx_{6-7} = 355,579 × $\frac{0{,}728}{2.555{,}140}$ = 0,101.

Cx_{7-1} = 293,516 × $\frac{0{,}728}{2.555{,}140}$ = 0,084.

Cy_{1-2} = 671,019 × $\frac{0{,}945}{3.534{,}179}$ = 0,179.

Cy_{2-3} = 136,006 × $\frac{0{,}945}{3.534{,}179}$ = 0,036.

Cy_{3-4} = 587,205 × $\frac{0{,}945}{3.534{,}179}$ = 0,157.

Cy_{4-5} = 372,387 × $\frac{0{,}945}{3.534{,}179}$ = 0,100.

Cy_{5-6} = 424,546 × $\frac{0{,}945}{3.534{,}179}$ = 0,114.

Cy_{6-7} = 498,043 × $\frac{0{,}945}{3.534{,}179}$ = 0,133.

Cy_{7-1} = 844,973 × $\frac{0{,}945}{3.534{,}179}$ = 0,226.

Determinação das coordenadas parciais corrigidas.

Linha	Coordenadas parciais corrigidas			
	X		Y	
	E(+)	W(-)	N(+)	S(-)
1-2	566,225		671,198	
2-3	417,913		136,042	
3-4		385,995	587,362	
4-5		100,681	372,487	
5-6		435,214		424,432
6-7		355,680		497,910
7-1	293,432			844,747
Soma	**1.277,570**	**1.277,570**	**1.767,089**	**1.767,089**

9.1.5.8. DETERMINAÇÃO DO PONTO MAIS A OESTE (W) E MAIS AOS SUL (S):

Tanto para o cálculo da área de um polígono como para desenhá-lo, é vantajoso que conheçamos qual de suas estacas é a que está mais a oeste e mais ao sul. Com isso todas as coordenadas totais estarão no primeiro quadrante.

Adotando-se como origem provisória o ponto 1, atribuí-se a esta estaca o valor igual a zero. Portanto:

ESTACA	X	Y
1	0,000 + 566,225	**0,000** + 671,198
2	+ 566,225 + 417,913	+ 671,198 + 136,042
3	+ 984,138 - 385,995	+ 807,240 + 587,362
4	+ 598,143 - 100,681	+ 1.394,602 + 372,487
5	+ 497,462 - 435,214	+ 1.767,089 - 424,432
6	+ 62,248 - 355,680	+ 1.342,657 - 497,910
7	**- 293,432** + 293,432	+ 844,747 - 844,747
1	0,000	0,000

O ponto mais a oeste (+W) é a estaca “7”, porque apresentou, nessa acumulação algébrica, o menor valor (- 293,432). Já o ponto mais ao sul (+S) é a estaca “1”, por ser o menor valor (0,000).

9.1.5.9. DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS TOTAIS:

As coordenadas totais são as acumulações algébricas das coordenadas parciais, tomando-se um ponto qualquer como origem, porem, usa-se o ponto mais a oeste e mais ao sul como tal.

9.1.5.9.1. DETERMINAÇÃO DAS ABCISSAS (X)

As abscissas totais são as acumulações algébricas das abscissas parciais, a partir do ponto mais ao oeste.

Portanto:

ESTACA	X
7	**0,000**
	+ 293,432
1	**+ 293,432**
	+ 566,225
2	**+ 859,657**
	+ 417,913
3	**+ 1.277,570**
	- 385,995
4	**+ 891,575**
	- 100,681
5	**+ 790,894**
	- 435,214
6	**+ 355,680**
	- 355,680
7	**0,000**

9.1.5.9.2. DETERMINAÇÃO DAS ORDENADAS (Y):

As ordenadas totais são as acumulações algébricas das ordenadas parciais, a partir do ponto mais ao sul.

Portanto:

ESTACA	Y
1	**0,000** + 671,198
2	**+ 671,198** + 136,042
3	**+ 807,240** + 587,362
4	**+ 1.394,602** + 372,487
5	**+ 1.767,089** - 424,432
6	**+ 1.342,657** - 497,910
7	+ 844,747 - 844,747
1	**0,000**

Portanto:

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS	
	X	Y
1	293,432	0,000
2	859,657	671,198
3	1.277,570	807,240
4	891,575	1.394,602
5	790,894	1.767,089
6	355,680	1.342,657
7	0,000	844,747

9.1.5.10. CÁLCULO DA ÁREA DO POLÍGONO:

Entre os diversos processos geométricos e trigonométricos de cálculo de área de polígonos, desenvolveremos apenas o mais utilizado, ou seja, o processo das coordenadas totais, também chamado de coordenadas dos vértices ou de Gauss (Figura 9-7).

9.1.5.10.1. DEDUÇÃO DA FÓRMULA

Na figura abaixo, as distância 1'-1, 2'-2, 3'-3, 4'-4, 5'-5, 6'-6 e 7'-7 são as abscissas totais dos pontos, e as distâncias 1-A, 2-B, 3-C, 4-D, 5-E, 6-F e 7-G são as ordenadas totais dos mesmos pontos.

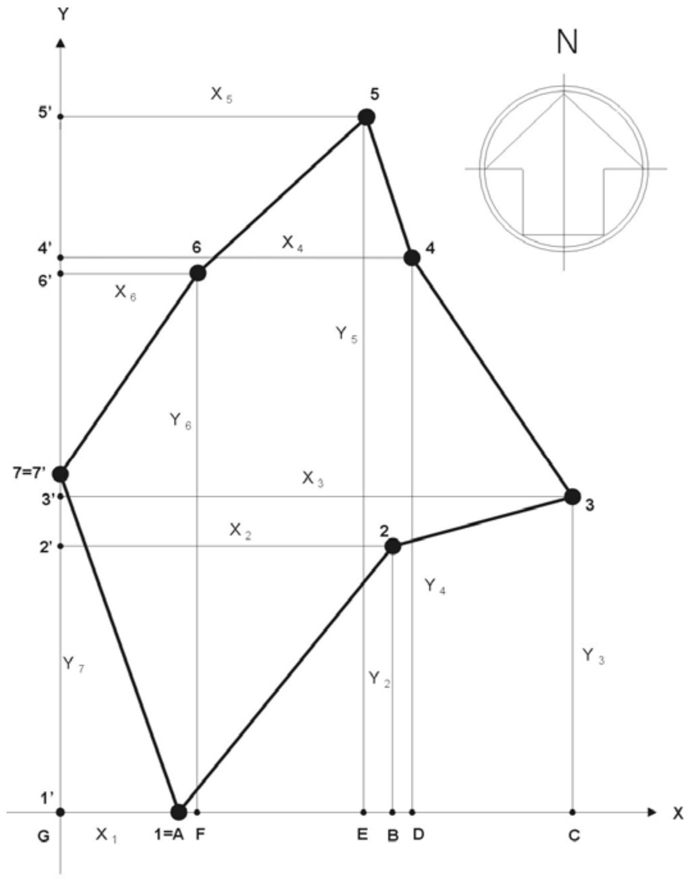


Figura 9-7

Área do polígono:

A = *área 1'.1.2.2'* + *área 2'.2.3.3'* + *área 3'.3.4.4'* + *área 4'.4.5.5'* - *área 5'.5.6.6'* - *área 6'.6.7.7'* - *área 7'.7.1.1'*

Mas as áreas parciais são dadas pela fórmula:

$$\boxed{\textbf{área } 1'.1.2.2' = \frac{X_2 + X_1}{2} \times (Y_2 - Y_1)}$$

Analogamente:

$$A = \frac{X_2 + X_1}{2} \times (Y_2 - Y_1) + \frac{X_3 + X_2}{2} \times (Y_3 - Y_2) + \frac{X_4 + X_3}{2} \times (Y_4 - Y_3)$$
$$+ \frac{X_5 + X_4}{2} \times (Y_5 - Y_4) + \frac{X_6 + X_5}{2} \times (Y_6 - Y_5) + \frac{X_7 + X_6}{2} \times (Y_7 - Y_6) + \frac{X_1 + X_7}{2} \times (Y_1 - Y_7)$$

Efetuando-se os produtos:

$$2A = (X_2Y_2 - X_2Y_1 + X_1Y_2 - X_1Y_1) + (X_3Y_3 - X_3Y_2 + X_2Y_3 - X_2Y_2) +$$
$$(X_4Y_4 - X_4Y_3 + X_3Y_4 - X_3Y_3) + (X_5Y_5 - X_5Y_4 + X_4Y_5 - X_4Y_4) +$$
$$(X_6Y_6 - X_6Y_5 + X_5Y_6 - X_5Y_5) + (X_7Y_7 - X_7Y_6 + X_6Y_7 - X_6Y_6) +$$
$$(X_1Y_1 - X_1Y_7 + X_7Y_1 - X_7Y_7)$$

Simplificando e agrupando os termos positivos de um lado e os negativos de outro:

$$\boxed{2A=\left(X_1Y_2+X_2Y_3+X_3Y_4+X_4Y_5+X_5Y_6+X_6Y_7+X_7Y_1\right)-\left(X_2Y_1+X_3Y_2+X_4Y_3+X_5Y_4+X_6Y_5+X_7Y_6+X_1Y_7\right)}$$

Ou:

$$A=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_iY_{i+1}-\sum_{i=1}^{n}X_{i+1}Y_i}{2}$$ para $X_{n+1}=X_1$ e $Y_{n+1}=Y_1$.

Ou:

$$A=\frac{\left|\sum PRODUSTOS..POSITIVOS-\sum PRODUTOS..NEGATIVOS\right|}{2}$$

9.5.10.2. CÁLCULO DA ÁREA:

EST.	COORDENADAS TOTAIS		PRODUTOS					
	X	Y	POSITIVOS			NEGATIVOS		
1	293,432	0,000				859,657x	0,000 =	0,00
2	859,657	671,198	293,432x	671,198 =	196950,97	1.277,570x	671,198 =	857502,43
3	1.277,570	807,240	859,657x	807,240 =	693949,52	891,575x	807,240 =	719715,00
4	891,575	1.394,602	1.277,570x	1.394,602 =	1781701,70	790,894x	1.394,602 =	1102982,40
5	790,894	1.767,089	891,575x	1.767,089 =	1575492,40	355,680x	1.767,089 =	628518,22
6	355,680	1.342,657	790,894x	1.342,657 =	1061899,40	0,000x	1.342,657 =	0,00
7	0,000	844,747	355,680x	844,747 =	300459,61	293,432x	844,747 =	247875,80
1	293,432	0,000	0,000x	0,000 =	0,00			
SOMATÓRIO					5.610.453,50			3.556.593,80

Logo:

$$A=\frac{|5.610.453,50-3.556.593,80|}{2}=1.026.929,90 \text{ m}^2$$

Ou 102,6929 hectares,

Ou 42,43 alqueires paulista.

9.1.5.11. ROTEIRO - MEMORIAL DESCRITIVO:

Para o Memorial Descritivo de uma propriedade rural, devemos relacionar as seguintes informações:

O nome da propriedade e do Bairro, Distrito, Município e Estado onde se encontra a área levantada;

Sua área, obrigatoriamente em unidades métricas (hectares, ares, centiares) e facultativamente em alqueires ou outra unidade de medida local.

A posição de um de seus vértices em relação a um ponto notório das vizinhanças;

A descrição do seu perímetro, que deverá mencionar:

♦- O sentido em que vai ser percorrido (horário ou anti-horário);

♦- Se as medidas (rumos ou azimutes e distâncias) são exatas ou aproximadas, e se os rumos ou azimutes são magnéticos ou verdadeiros.

♦- O ponto onde tem início;

♦- As deflexões, isto é, mudanças de direção na passagem de um lado para o outro (para direita ou para a esquerda).

♦- A caracterização de cada lado:
- pelo agente divisório (cerca, vale, córregos,...);
- pelo seu rumo ou azimute (magnético ou verdadeiro);
- pelos nomes dos confrontantes;
- pelo comprimento dos lados;
- por outras menções esclarecedoras.

9.1.5.12 – TABELAS:

9.1.5.12.1 - TABELA DE COORDENADAS PARCIAIS

LINHA	COORDENADAS PARCIAIS							
	X				y			
	E(+)	Cx	W(-)	Cx	N(+)	Cy	S(-)	Cy
SOMA								

9.1.5.12.2 - TABELA DAS coordenadas parciais corrigidas.

LINHA	COORDENADAS PARCIAIS CORRIGIDAS			
	x		y	
	E(+)	W(-)	N(+)	S(-)
SOMA				

9.1.5.12.3 - TABELA DE COORDENADAS TOTAIS

ESTACA	COORDENADAS TOTAIS	
	X	Y

9.1.5.12.4 – EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

Sendo conhecidas e fornecidas as coordenadas parciais de uma poligonal, bem como as coordenadas gerais do vértice 1 (N= 235,918 e E=104,749), pede-se calcular:

a) Os azimutes, as distâncias e o perímetro;
b) O erro linear e o erro relativo de fechamento;
c) As coordenadas gerais dos demais vértices.

LINHA	X				Y			
	E(+)	Cx	W(-)	Cx	N(+)	Cy	S(-)	Cy
1-2	30,271				25,006			
2-3	30,958				18,587			
3-4			42,353		14,922			
4-5			37,419				20,957	
5-1	18,511						37,596	
SOMA								

EXERCÍCIO 2

A caderneta abaixo descrita é fruto da mensuração de uma granja no interior de Estado de São Paulo. Pede-se calcular as coordenadas corrigidas da poligonal, o erro de fechamento linear e a área da granja. Se você fosso o dono da granja aceitaria os resultados apresentados, uma vez que o topógrafo mensurou o terreno a partir de um teodolito com precisão de 10”? Justifique sua resposta.

LINHAS	AZIMUTES	DISTÂNCIAS (em cintas de 20 m)
1-2	260^{o} 29’ 30”	34,464
2-3	213^{o} 04’00”	25,493
3-4	146^{o} 13’ 15”	33,934
4-5	87^{o} 58’ 15”	28,625
5-1	0^{o} 27’ 00”	54,235

Obs.: A linha 1-2 tem a seguinte distância: 34,464 x 20,00 = 689,28 m.

EXERCÍCIO 3

Numa poligonal aberta caminhou-se de A a E com o intuito de se obter o comprimento e o azimute da linha que não pode ser determinada diretamente, apresentando os resultados a seguir. Calcule a informação requerida.

Linha	AB	BC	CD	DE
Comprimento (m)	1025,0	1087,0	925,0	1250,0
Azimute	261º41’	9º06’	282º22’	71º31’

EXERCÍCIO 4

Considere uma poligonal de três lados ABC, cujos dados são dispostos abaixo:

Linha	AB	BC	CD
Comprimento (m)	527,120	774,608	864,496
Azimute	81º14’45”		

Ângulo externo B = 279º11’49”

Ângulo externo C = 322º59’37”

Calcular as coordenadas de B e C sabendo que as de A são: E_A = 112.538,190 m, N_A = 415.183,880 m. Deve-se calcular a poligonal saindo das coordenadas de A, para as de B, e em seguida C, para finalmente fechar em A, verificando se há erros de fechamento nas direções E e N. Se houver, dever ser aferidas as devidas modificações para as coordenadas intermediárias.

EXERCÍCIO 5

AB é um muro circular de uma barragem de irrigação (figura 9-8). Esses pontos foram ligados por uma poligonal A1234B. Atribuíram-se as coordenadas E_A = 10.000 m, N_A = 10.000 m e cota = 10,25 m ao ponto A. Calcular a distância AB (em linha reta) a partir dos dados apresentados a seguir:

CADERNETA DE CAMPO			
Estação	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância (m)
1	A	0º00’00”	20,10
1	2	113º18’36”	18,90
2	1	0º00’00”	
2	3	194º37’30”	9,05
3	2	0º00’00”	
3	4	198º48’36”	12,65
4	3	0º00’00”	
4	B	114º18’00”	27,10

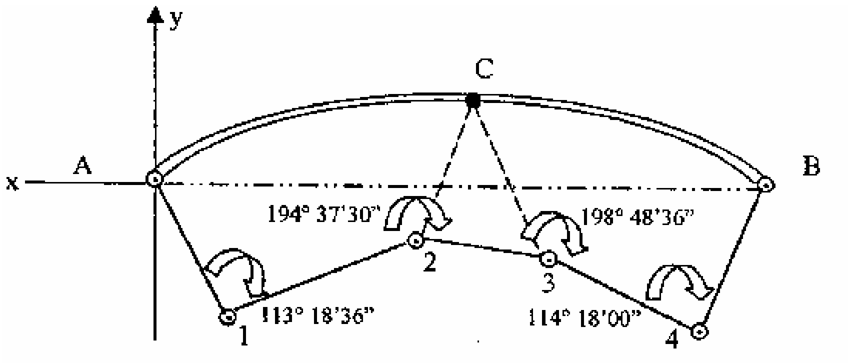


Figura 9-8

EXERCÍCIO 6

Deseja-se construir um túnel em linha reta entre os pontos 27 e 31. Para tanto, mediu-se uma poligonal aberta partindo dos pontos 24 e 25 de coordenadas conhecidas. Calcule qual deve ser o ângulo de partida em relação à direção 27-28 e a distância que se deve para alcançar o ponto 31.

CADERNETA DE CAMPO			
Estação	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância (m)
25	24	0,0000º	
	26	162,4736º"	79,410
26	25	0,0000º	
	27	187,2936º	102,394
27	26	0,0000º	
	28	135,2245º	138,914
28	27	0,0000º	
	29	195,3110º	131,061
29	28	0,0000º	
	30	236,2359º	127,311
30	29	0,0000º"	
	31	189,2212º	159,155
31	30	0,0000º"	
	32	147,4650º	311,362

Coordenadas: 24: E=7.570,662m , N=4.877,457m

25: E=7.675,274m , N=4.928,242m

CAPÍTULO 10

ALTIMETRIA

10.1 – ALTIMETRIA

10.1.1 – NIVELAMENTO GEOMÉTRICO - INTRODUÇÃO:

Trata-se de um levantamento altimétrico com o objetivo básico de determinar ***COTAS*** ou ***ALTITUDES*** de pontos sobre uma superfície qualquer.

Primeiramente devemos adotar um plano horizontal de referência (PHR). Quando este PHR é definido pelo nível médio das mares, ele, o plano, recebe o nome de PLANO DATUM ou PLANO ORIGEM.

Quando o PHR coincide com o PLANO DATUM, a diferença de nível deste plano a um ponto qualquer recebe o nome de ***ALTITUDE***. Já para diferenças a planos não coincidentes com o PLANO DATUM, recebem o nome de ***COTA* (Figura 10-1)**.

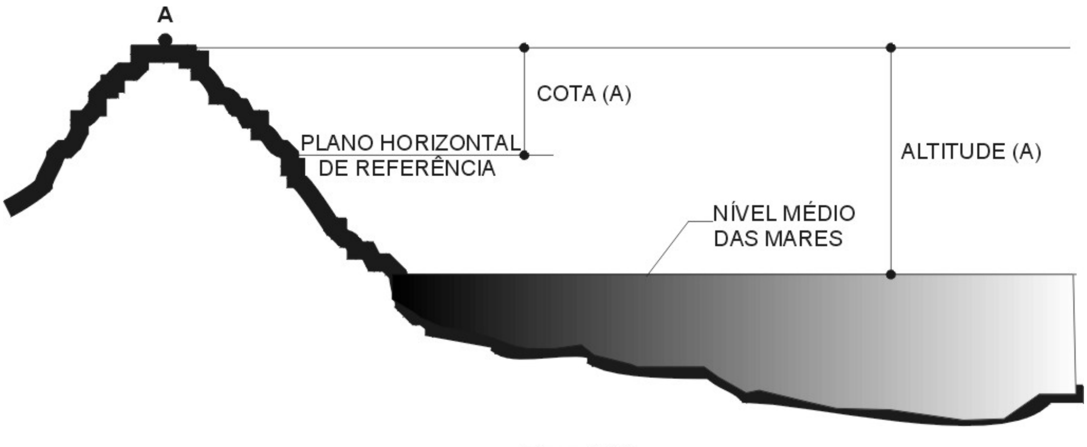


Figura 10-1

10.1.2 - DETERMINAÇÃO DA COTA DE UM PONTO:

Seja a figura 10-2:

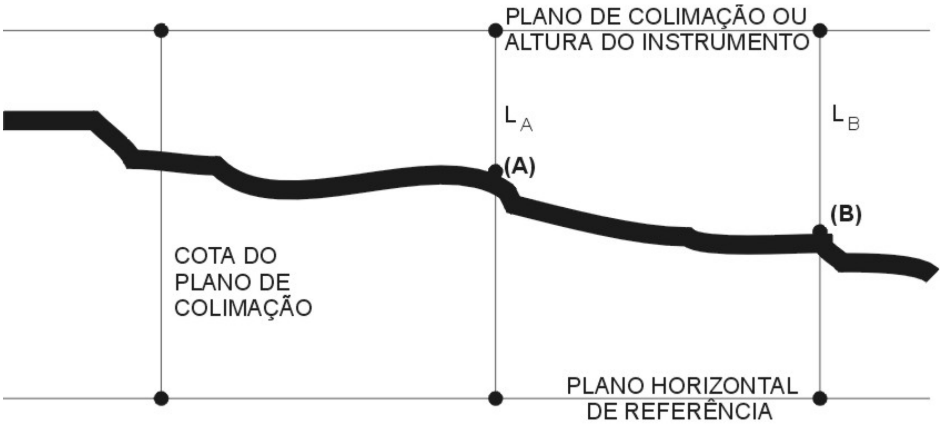


Figura 10-2

Cota da ponto "A" = Adotada ou conhecida.

Cota do ponto "B" = Deseja-se determinar.

Portanto teríamos:

$$\boxed{COTA_B = COTA_A + L_A - L_B}$$

O desnível geométrico entre "*A*" e "*B*" será:

$$\boxed{D_{A-B} = \left|COTA_A - COTA_B\right| = \left|L_A - L_B\right|}$$

10.1.3 - APARELHOS NECESSÁRIOS:

10.1.3.1 - NÍVEL TOPOGRÁFICO:

É um aparelho que consta de uma luneta telescópica com um ou dois níveis de bolha, sendo este conjunto instalado sobre um tripé. A característica principal do NÍVEL é o fato do mesmo possuir movimento de giro somente em torno de seu eixo principal.

10.1.3.2 - MIRA ESTADIMÉTRICA:

É uma peça com 4,00 metros de altura, graduada de centímetro em centímetro, destinada a ser lida através da luneta do aparelho. A mira é graduada de forma especial que permite a sua leitura mesmo que se possa ver apenas uma pequena parcela do seu comprimento; por esta razão, a separação de centímetro em centímetro, em lugar de ser feita com traços como numa escala comum de desenho, é feita com faixas, uma branca e outra preta, cada uma delas com a largura de um centímetro; isto aumenta a visibilidade.

Portanto, se desejarmos determinar a cota de um ponto "B" qualquer, basta fazermos duas leituras sobre a mira. Uma leitura (L_A) estado a mira colocada sobre o ponto de cota conhecida ou adotada (o qual, chamamos de Referência de Nível - RN); e uma outra leitura tomada na mira estacionada agora sobre o ponto (L_B), do qual se deseja determinar a cota (Figura 10-3).

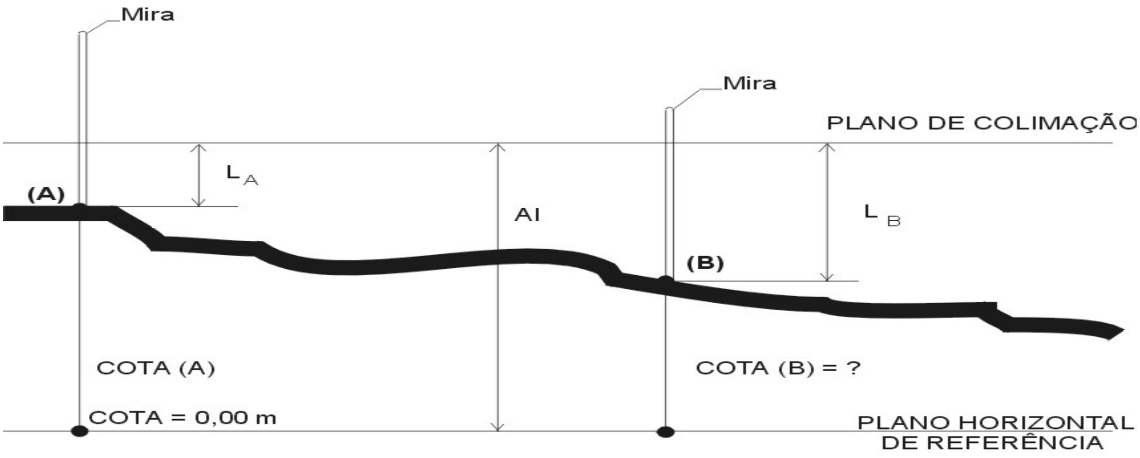


Figura 10-3

10.1.4 - DEFINIÇÕES:

10.1.4.1 - PLANO DE COLIMAÇÃO (PC) ou ALTURA DO INSTRUMENTO (AI):

É a distância vertical entre dois (2) planos horizontais: o de cota zero (PHR) e o plano do aparelho, isto é, aquele que contém a linha de vista do nível; a rigor, altura do instrumento (AI) é a cota do aparelho. Vemos, portanto, que não é a altura do próprio aparelho, e sim a sua cota.

$$\boxed{AI = COTA_{RN} + VISADA_{RÉ}}$$

10.1.4.2 - VISADA À RÉ:

Pode ser feita para frente, para trás, ou para os lados, portanto não é a direção da visada que faz com que ela seja *a ré*, e sim sua finalidade. *Visada a ré* é aquela que é feita para um ponto de cota conhecida, com a finalidade de determinarmos a *Altura do Instrumento* (AI).

10.1.4.3 - VISADA À VANTE:

Também não depende da direção e sem do seu objetivo. Por isto, chamamos visada a vante àquela que é feita com o intuito de se determinar a cota do ponto onde está a mira. As visadas à vante podem ser de mudança ou intermediária:

10.1.4.3.1 - VISADA À VANTE INTERMEDIÁRIA:

Assim como a visada a vante de mudança, serve para a determinação da cota do ponto onde está a mira; a diferença é que, na visada à vante intermediária, o ponto não receberá uma visada à ré.

Afeta apenas a cota do ponto visado; um erro praticado na visada a vante intermediária afeta apenas a cota do ponto visado (o erro morre aí).

10.1.4.3.2 - VISADA À VANTE DE MUDANÇA:

A visada à vante de mudança vem a receber posteriormente uma visada à ré porque o instrumento mudou de posição.

A diferenciação é que a visada à vante de mudança influencia a cota final.

10.1.4.4 - PONTO INTERMEDIÁRIO:

É um ponto sobre o qual se toma somente a leitura da visada a vante de mudança, com o objetivo de se determinar a cota do mesmo. Assim como o Ponto de Mudança, a cota do ponto intermediário interessa ao projeto.

10.1.4.5 - PONTO AUXILIAR:

Trata-se também de um ponto de mudança mas com uma diferença fundamental: sua cota não interessa ao projeto. Ela é determinada para auxiliar na continuidade do nivelamento, quando a mudança do aparelho for obrigatória devido às condições desfavoráveis do relevo que não permitem visar o próximo ponto.

10.1.5 - PRECISÃO PARA O NIVELAMENTO GEOMÉTRICO:

10.1.5.1 - NIVELAMENTO APROXIMADO:

É o que se faz nos levantamentos de investigação. Visadas até 300 metros, leituras na mira, até centímetros.

Portanto:

$$\boxed{\overline{e_v} = \pm 0{,}096 \frac{m}{km}}$$

onde:

$\overline{e_v}$ = erro vertical máximo admissível em *m/km*.

10.1.5.2 - NIVELAMENTO COMUM:

Maioria dos trabalhos de engenharia. Visadas até 150 metros, leituras até milímetros.

Portanto:

$$\boxed{\overline{e_v} = \pm 0{,}024 \frac{m}{km}}$$

10.1.5.3 - NIVELAMENTO MUITO BOM:

Visada até 90 metros, leituras em milímetros, mira provida de bolha de nível. Os pontos de mudança são bem firmados. Tripé perfeitamente apoiado sobre o terreno.

Portanto:

$$\boxed{\overline{e_v} = \pm 0{,}012 \frac{m}{km}}$$

10.1.6 - CÁLCULO E DISTRIBUIÇÃO DO ERRO DE FECHAMENTO VERTICAL (Efv):

Para o cálculo do erro de fechamento vertical, utilizaremos a seguinte fórmula:

$$\boxed{Efv = \left| C_i - C_f \right|}$$

onde:

C_i = Cota do Rn_o (adotada ou conhecida).

C_f = Cota ao fechar o Nivelamento Geométrico

10.1.6.1 - POLIGONAL FECHADA:

10.1.6.1.1 - CÁLCULO DO ERRO VERTICAL MÉDIO (ev):

Na prática demonstrou-se que o erro de fechamento vertical (Efv) cometido é função inclusive da distância nivelada, não considerando os enganos acidentais, tornando-se necessário portanto que se conheça o afastamento de cada um dos seus pontos ao Rn_o. Em função disto, concluímos que o erro por quilometro (e_v) cometido no nivelamento será:

$$\boxed{e_v = \frac{Efv}{P}}$$

onde:

Efv = Erro de fechamento vertical, em metros.

P = comprimento total nivelado, em km, a partir do Rn_o (perímetro).

e_v = erro vertical em m/km.

10.1.6.1.2 - CÁLCULO DAS COTAS COMPENSADAS:

Para o cálculo das cotas compensadas aplicaremos a seguinte fórmula:

$$\boxed{Cc_i = Co_i \pm e_v \times d_o}$$

onde:

Cc_i = Cota compensada do ponto i.

Co_i = Cota original do ponto i.

d_o = distância do ponto (i) ao RN_o.

10.1.6.2 - POLIGONAL ABERTA:

10.1.6.2.1 - CÁLCULO DO ERRO VERTICAL MÉDIO (ev):

Na prática demonstrou-se que o erro de fechamento vertical (Efv) cometido é função inclusive da distância nivelada, não considerando os enganos acidentais, tornando-se necessário portanto que se conheça o afastamento de cada um dos seus pontos ao Rn_o. Em função disto, concluímos que o erro por quilometro (e_v) cometido no nivelamento será:

$$\boxed{e_v = \frac{Efv}{2L}}$$

onde:

Efv = Erro de fechamento vertical, em metros.

$2L$ = comprimento total do nivelamento e contranivelamento, em km, a partir do Rn_o.

e_v = erro vertical em m/km.

10.1.6.2.2 - CÁLCULO DAS COTAS COMPENSADAS:

Para o cálculo das cotas compensadas aplicaremos as seguintes fórmulas:

a - COTA COMPENSADA DO NIVELAMENTO:

$$\boxed{Cc_{Ni} = Co_{Ni} \pm e_v \times n_i}$$

b - COTA COMPENSADA DO CONTRANIVELAMENTO:

$$\boxed{Cc_{Ci} = Co_{Ci} \pm e_v \times (n_o + L)}$$

onde:

Cc_{Ni} = Cota do ponto (i) compensada no nivelamento;

Co_{Ni} = Cota do ponto (i) obtida no nivelamento;

Cc_{Ci} = Cota do ponto (i) compensada no contra-nivelamento;

Co_{Ci} = Cota do ponto (i) obtida no contra-nivelamento;

n_i = distância do ponto (i) ao RN_o.

n_o = distância do ponto (i) ao RN_f.

L = comprimento do nivelamento.

c - COTA MÉDIA:

Para a determinação da cota média, utilizamos a seguinte fórmula:

$$\boxed{C_{i_{final}} = \frac{Cc_{Ni} + Co_{Ci}}{2}}$$

10.1.7 - TABELA DE NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

PONTO	VISADA À RÉ	ALTURA DO INSTRUMENTO	VISADA A VANTE		COTA (m)	DISTÂNCIA AO RN
			INTERMEDIÁRIA	MUDANÇA		
SOMA						

Verificação:

$$\boxed{COTA_{final} = COTA_{inicial} + \sum V.RÉ - \sum VVM}$$

CAPÍTULO 11

LOCAÇÕES DE OBRAS

11.1 – LOCAÇÕES DE OBRAS:

Locação é a operação inversa do levantamento. No levantamento, também chamado de medição, o profissional vai ao terreno obter medidas de ângulos e distâncias para, no escritório, calcular e desenhar. Na locação, também chamada de marcação, os dados foram previamente elaborados no escritório através de um projeto. O projeto da obra, no entanto, deverá ser implantado no terreno. Para isso, o profissional, munido dos dados do projeto, irá locá-los no terreno.

Basicamente a locação pode ser efetuada usando-se os dois sistemas de coordenadas universais: os retangulares e os polares. Como regra geral, podemos dizer que as coordenadas retangulares (cartesianas) são melhores para locar alinhamentos, e as coordenadas polares (direção e distância) para locar pontos.

O processo de locação de um edifício não significa apenas sua locação no plano. É necessário observar as diversas cotas de apoio e de arrasamento para sapatas, blocos, tubulões ou estacas. Não observar tal arrasamento fatalmente acarretará grandes prejuízos, um gasto adicional desnecessário e grandes dificuldades de execução.

É necessário verificar se o construtor, mestre de obra ou encarregado tem realmente condições de efetuar tal controle na obra e efetuar uma fiscalização durante todas as etapas de execução. É sabido que toda a responsabilidade sobre eventuais falhas recairá sobre o engenheiro ou arquiteto responsável pela obra.

Um bom levantamento prévio do terreno é de fundamental importância, pois fornece informações necessárias e indispensáveis para o desenvolvimento de um bom projeto executivo ou estrutural.

Na grande maioria dos casos, negligenciar esta etapa acarretará fatalmente grandes despesas no futuro.

11.1.1 – LOCAÇÃO DE RESIDÊNCIAS E SOBRADOS

O processo de locação de uma residência é praticamente semelhante ao de um prédio com vários andares. Difere apenas no controle da verticalidade e transferência dos alinhamentos para os andares superiores e que estudaremos no desenvolvimento do nosso curso.

Para as locações dos pilares, blocos, sapatas isoladas ou corridas, estacas ou tubulões, vigas baldrames e as paredes devemos preparar a planta de arquitetura e estrutura. Como os alinhamentos são a base do projeto, o uso das coordenadas retangulares é mais favorável.

Os engenheiros calculistas normalmente entregam ao engenheiro de obra os cálculos estruturais constando de dimensões das vigas, pilares e demais elementos estruturais. Devemos exigir, quando da contratação destes profissionais, os seguintes elementos, para facilitar os trabalhos na obra:

♦ Planta de locação do *gabarito*, no sistema de coordenadas retangulares;

♦ Planta de amarração dos eixos aos demais elementos estruturais (estacas, tubulões, blocos, pilares e vigas baldrames);

♦ Cotas de arrasamentos das sapatas, estacas ou tubulões.

11.1.1.1 – PROCEDIMENTO

Para um bom controle de locação de uma residência ou prédio devemos seguir os seguintes passos:

♦ De posse das planta com os eixos, loca-se a posição do *gabarito* que deve contornar a área de construção, observando-se uma folga entre as paredes e o sarrafo de 1,30 a 1,50 metros para que os pontaletes (de caibros ou eucaliptos) possam ser utilizados como futuras "passarelas" dos andaimes (Figura 11-1).

♦ Loca-se, aleatoriamente, dois eixos no sentido longitudinal e dois no sentido transversal, amarrando-os às divisas do terreno, e observando a perfeita ortogonalidade dos mesmos (Figura 11-2). Após tal locação, estica-se as linha e verifica-se a medida das duas diagonais do retângulo. Se estas diagonais tiverem o mesmo valor significa que construímos ou demarcamos realmente um quadrilátero.

Caso ocorra diferença devemos verificar e corrigir eventuais erros. Somente após a total correção é que deveremos continuar a locação da obra.

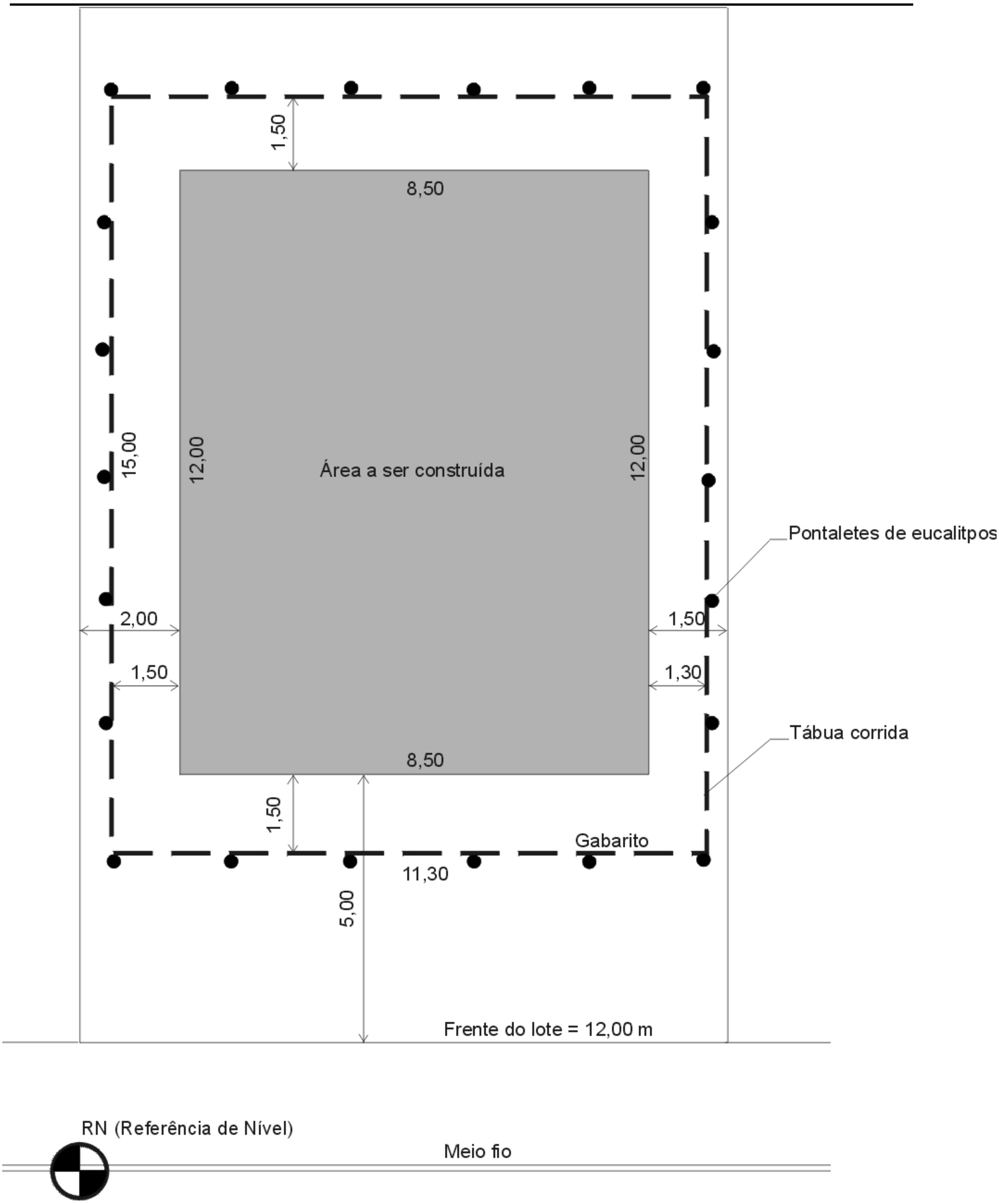

1,50
8,50
15,00
12,00
Área a ser construída
12,00
Pontaletes de eucalitpos
2,00
1,50
1,50
1,30
Tábua corrida
8,50
1,50
Gabarito
11,30
5,00
Frente do lote = 12,00 m
RN (Referência de Nível)
Meio fio

Figura 11-1

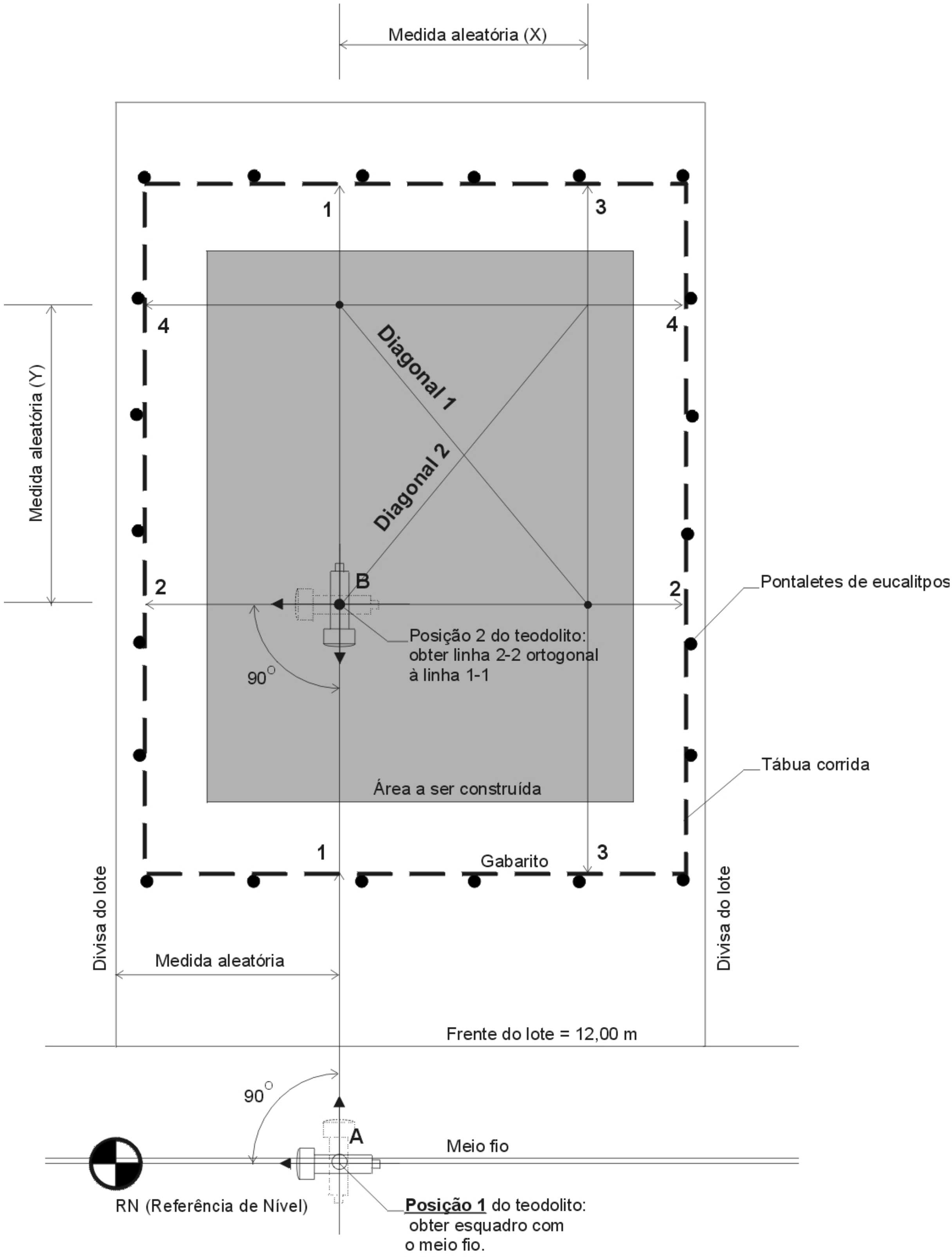


Figura 11-2

♦ Concluída a verificação da ortogonalidade dos eixos aleatórios é que iniciaremos a locação dos diversos eixos fornecidos pelo projetista estrutural. Após a demarcação desses eixos, amarra-se a eles as respectivas estacas ou tubulões, pilares, blocos, vigas baldrames e paredes. A amarração deve ser efetuada sempre pelos eixos. A fixação dos eixos e feito por intermédio de cravação de pregos nas quatro faces do gabarito, como mostra a figura 11-3. Por exemplo, a estaca X tem seu local fixado pela interseção de duas linhas esticadas: uma do prego “Ax” ao prego “Ax” e outra do prego “Ay” ao “Ay”. Depois de terminada a cravação de todos os pregos necessários, iremos esticando linhas 2 a 2 e as interseções estarão no mesmo prumos do local escolhido pelo projeto para a cravação das estacas ou tubulões. Porém, como o cruzamento das linhas poderá estar muito acima da superfície do solo, por intermédio de um prumo levamos a vertical até o chão e nele cravamos pequenas estacas de madeira (piquetes) que deverão ser pintados com cores berrantes para a sua fácil identificação posterior.

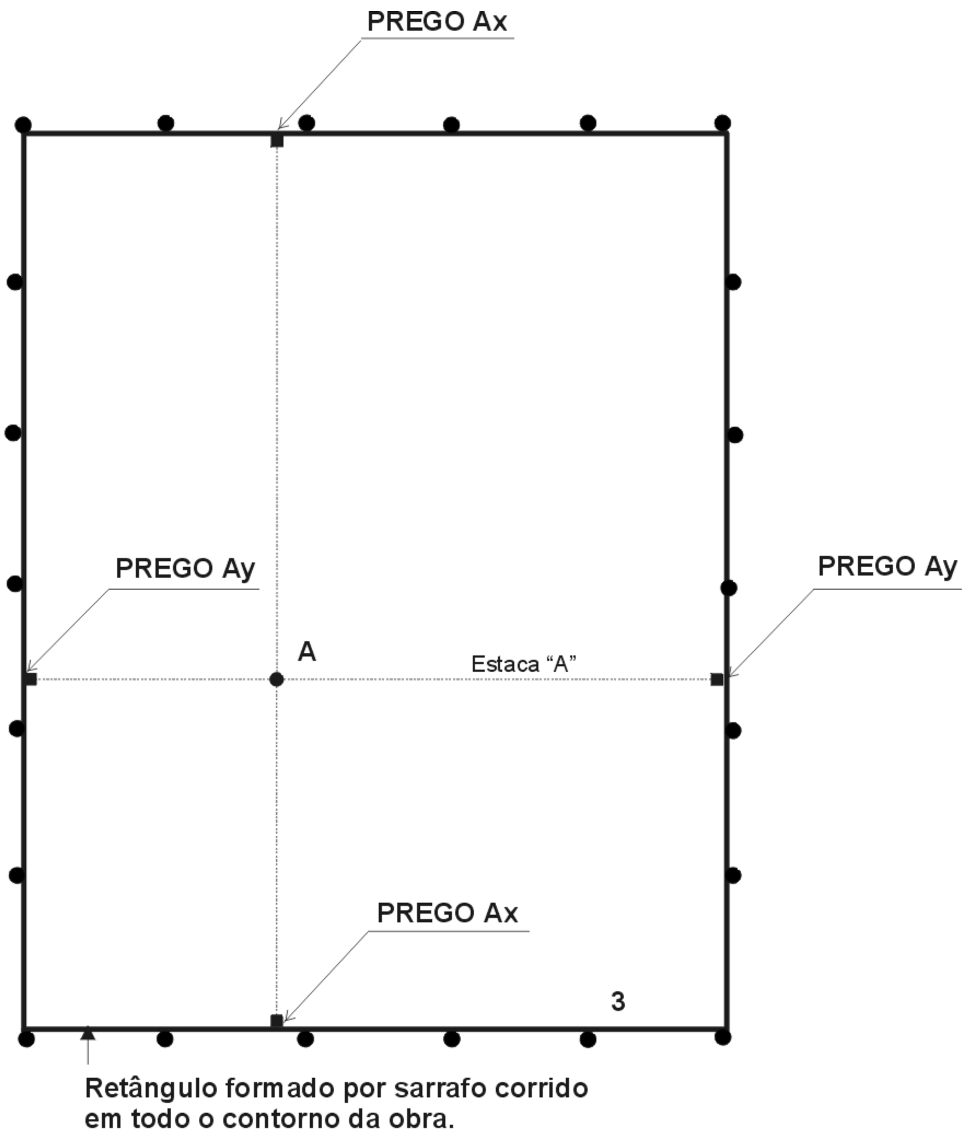


Figura 11-3

♦ Deve-se ainda, transferir a cota do RN para o gabarito. Com esta cota do gabarito podemos marcar todas as cotas de arrasamento das estacas (Figura 11-4).

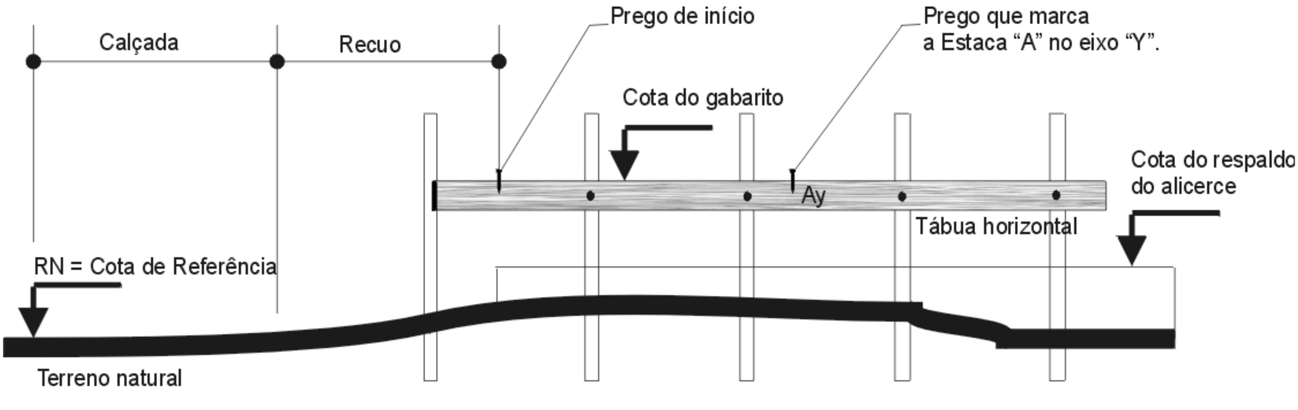


Figura 11-4

♦ Identificar as estacas ou tubulões em função da cota de arrasamento. Preparar para o mestre, encarregado, construtor ou operador de máquina do estaqueamento uma *galga* para cada valor de arrasamento (Figura 11-5). Esta *galga* deve ter como referência a cota da parte superior do gabarito.

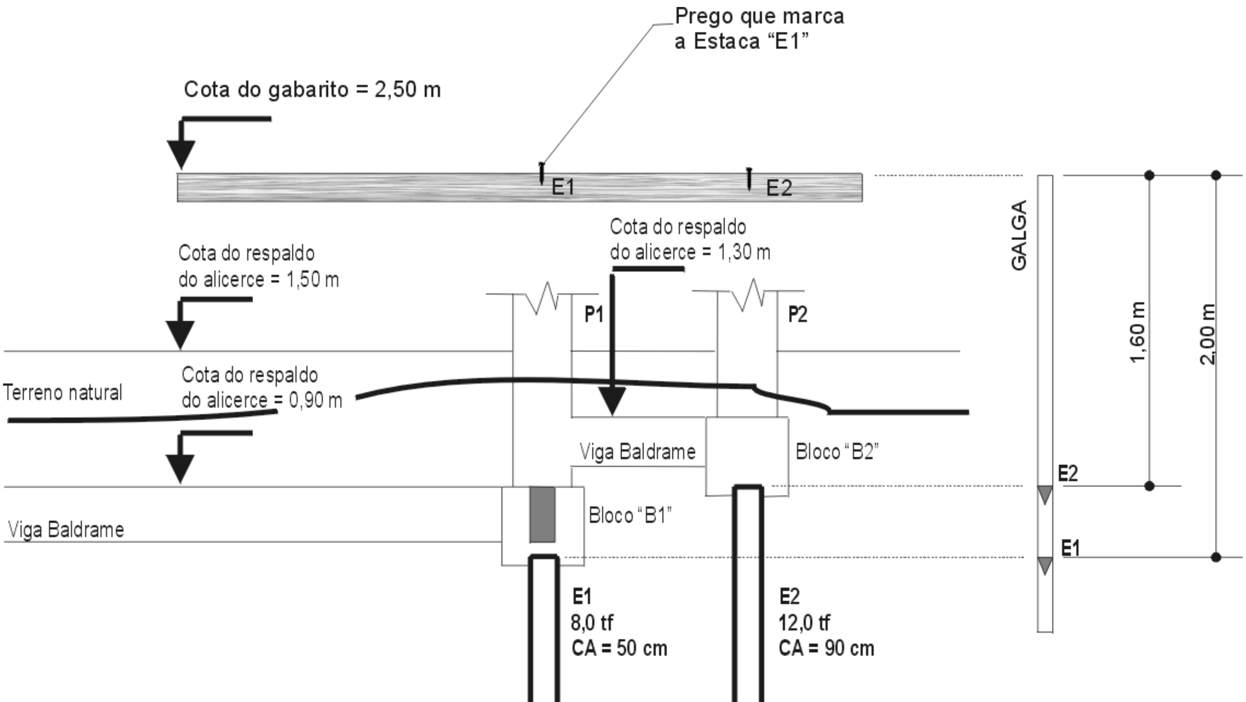


Figura 11-5

♦ Após a conclusão das locações dos eixos, caberá ao mestre de obra ou construtor a colocação de pregos laterais que marquem a largura necessária para abertura da vala, das vigas baldrames e paredes. A Figura 11-6 mostra um conjunto de pregos que 2 a 2 marcam com 12 cm a largura da parede (só tijolo, sem revestimento), com 20 cm a largura da viga baldrame (dado em função do projeto estrutural, normalmente coincidem com a largura da parede) e com 40 cm a largura da vala. Este último par de pregos pode ser dispensado, sendo que os pedreiros abrem a vala um pouco maior do que a largura do alicerce. É importante também o controle da profundidade da vala, controlada através de uma *galga*.

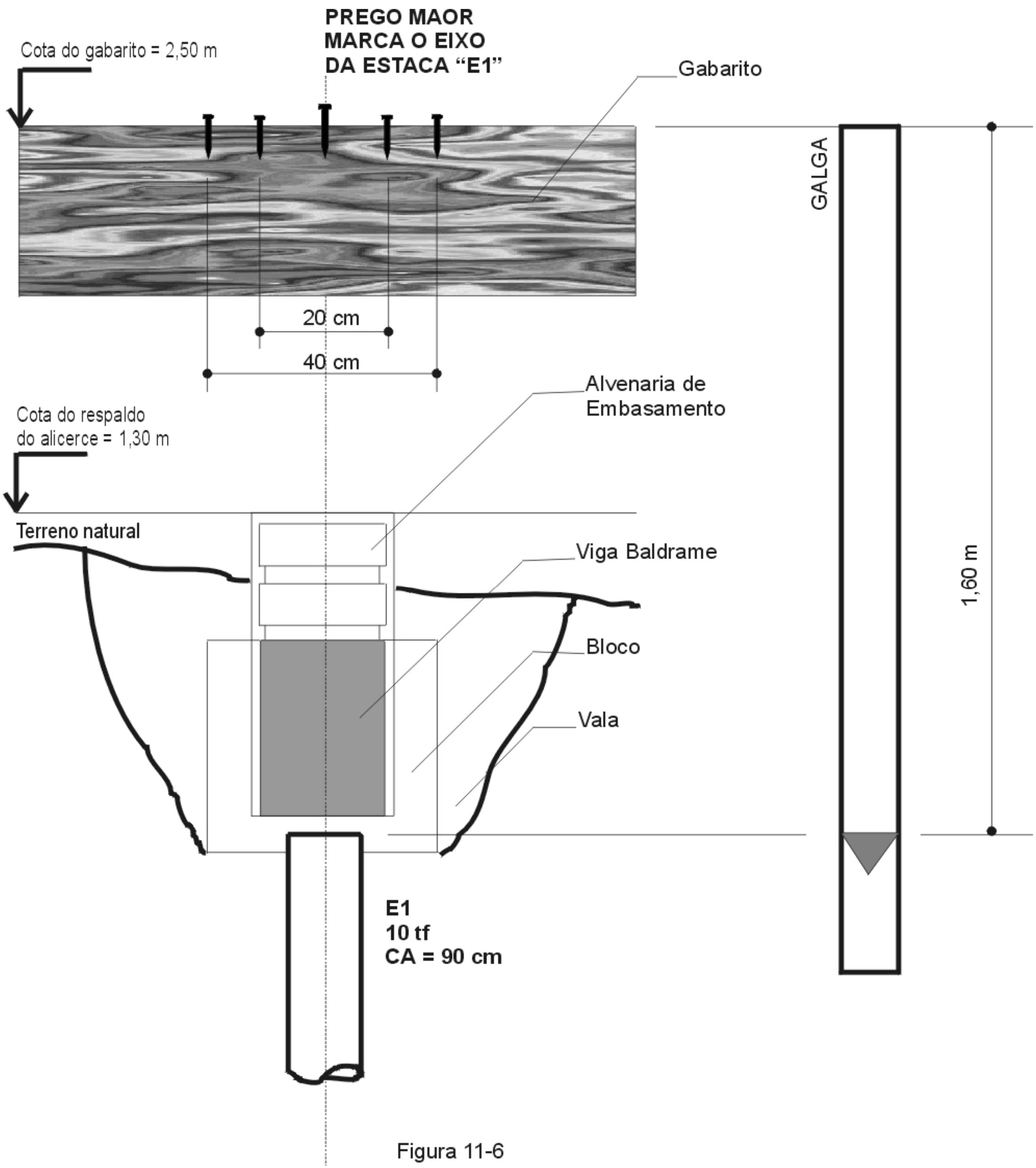


Figura 11-6

11.1.2 – LOCAÇÕES DE PRÉDIOS

O que diferencia a locação de um prédio com vários andares é o controle da sua verticalidade.

Para tanto, entraremos diretamente no assunto, mostrando como o engenheiro ou arquiteto de obra deve proceder para conseguir um bom resultado.

11.1.2.1 - PROCEDIMENTO

Considerando que todos os passos descritos no procedimento para locação de uma residência já tenha sido executado, devemos seguir, basicamente, os seguintes passos:

♦ Depois de concluída a marcação dos eixos dos pilares, estacas ou tubulões devemos escolher dois eixos em cada sentido, ortogonais, não coincidentes com os eixos dos pilares e denominados: *eixos de amarração e controle*. Estes alinhamentos devem ser bem materializados no pavimento térreo, pois serão necessários para utilizações durante a execução das lajes dos prédios.

♦ Antes das concretagens das lajes coloca-se uma armação de aço (diâmetro 10 mm) para posterior transferência vertical dos *eixos de amarração* (Figura 11-7)

♦ Após a conclusão da concretagem, devemos primeiramente transferir os *eixos de amarração e controle* para posteriormente locarmos os pilares na posição correta.

♦ Eventuais diferenças devem ser corrigidas em cada locação. Jamais locar o pilar que segue em função do que chega.

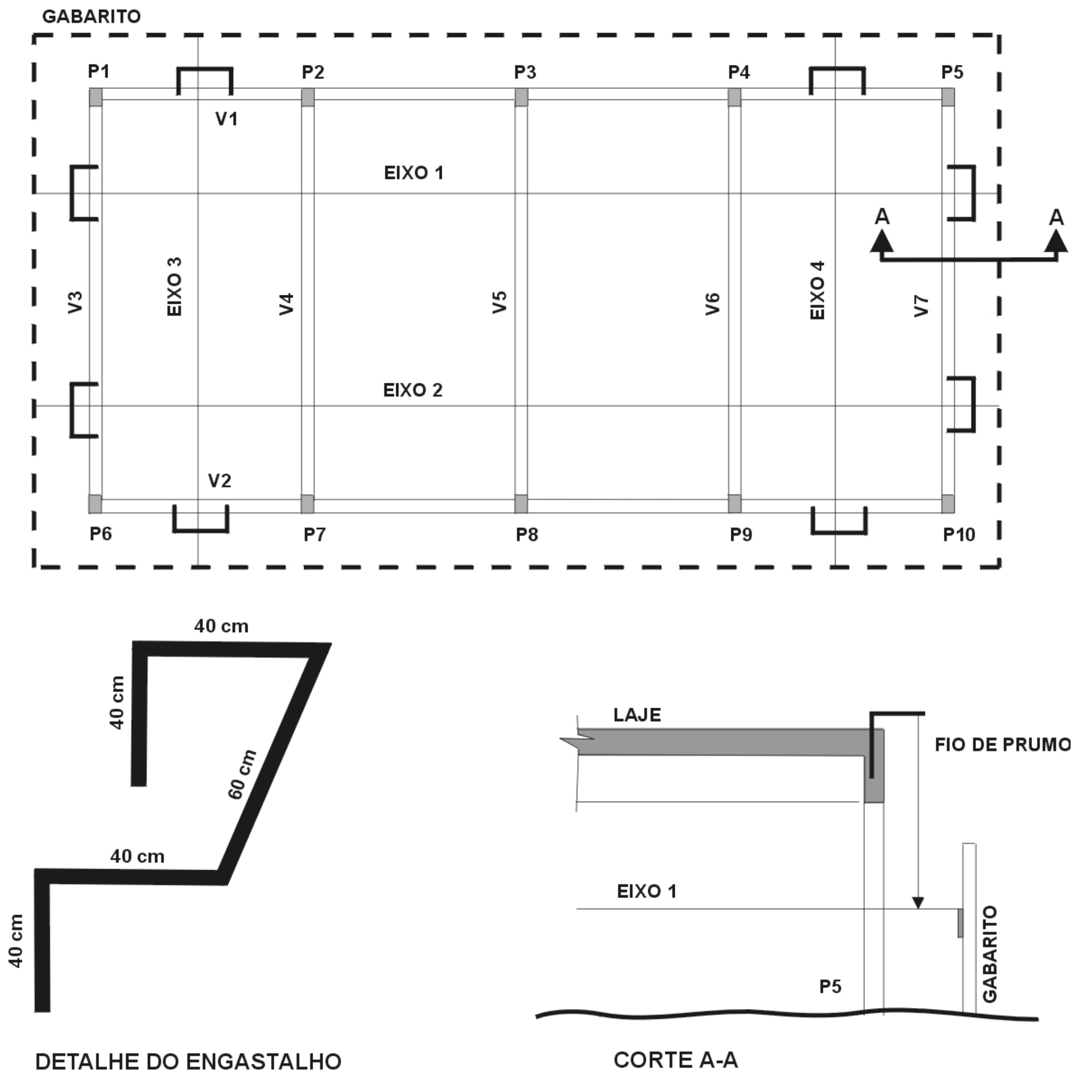


Figura 11-7

BIBLIOGRAFIA:

1 - Borges, Alberto de Campos, 1921 -
Topografia, São Paulo, Edgard Blücher, 1.977
Volume 1

2 - Doménech, Francisco Valdés,
Topografia, Lisboa, Ediciones Ceac, S.A. - 1.981

3 - Escola de Engenharia de Lins,
Apostila de Topografia 1 - Planimetria.

4 - CESP - Companhia Energética de São Paulo.
Curso de Topografia.

5 - Revista técnica “A MIRA” - vários números.
Editora e Livraria Luana

6 - Notas de Aula de Topografia
Universidade de São Paulo – EESC – Departamento de Transportes
Paulo C. L. Segantine – 1998.